

# CALCULOS FINANCIEROS

---

*Primer Curso*

---

por

L. ALCARAZ SEGURA  
Profesor Mercantil



FONDO DE CULTURA ECONÓMICA

MÉXICO — BUENOS AIRES

## ÍNDICE GENERAL

Capítulo I. <i>Interés simple</i> .....	7
---	---

1. Definiciones.— 2. Deducción de la fórmula.— 3. Las fórmulas deducidas de la fundamental.— 4. La constante del interés. Ejemplos.— 5. El tiempo expresado en meses o días. Ejemplos.— 6. Error que se comete al tomar el año comercial en lugar del natural.— 7. Fórmula del monto, es decir, del capital y los intereses reunidos. Ejemplos.— 8. Los demás elementos en función del monto.— 9. Advertencia.— 10. El interés en función del monto. Ejemplos.— 11. Relación entre los intereses tomando como base el año comercial y el natural. Ejemplos.— 12. Tasas equivalentes. Ejemplos.— 13. Tiempo en que se duplica un capital a interés simple.— 13'. Observaciones.— 14. Problemas.

Capítulo II. <i>Interés compuesto</i> .....	28
---	----

15. Generalidades.— 16. Fórmula del monto de un capital a interés compuesto. Deducción. Ejemplos.— 17. Fórmula del interés. Deducción.— 18. Consecuencias de la fórmula del interés. El capital en función del interés. El interés en función del monto. El monto en función del interés.— 19. Diferencia entre el interés simple y el interés compuesto y relaciones entre uno y otro. La equivalencia de un tanto de interés simple a otro de interés compuesto. Ejemplo.— 20. Cálculo del capital. Ejemplo.— 21. Cálculo del tiempo. Ejemplo. El tiempo en función del interés. Ejemplo.— 22. Cálculo de la tasa. Ejemplo. La tasa en función del interés.— 23. Tasas proporcionales y tasas equivalentes. Ejemplo.— 24. Comparación entre las tasas proporcionales y las equivalentes. Relación entre el interés y la frecuencia de acumulación.— 24'. Relación entre el monto y la frecuencia de capitalización. Introducción del número  $e$  en la matemática financiera. Ejemplos.— 24''. Capitalización continua. Capitalización discontinua. El tanto instantáneo  $\delta$ .— 24'''. Ampliación sobre las tasas equivalentes. El tanto nominal. Ampliaciones sobre el tanto instantáneo  $\delta$ . El tanto  $i_k$  desarrollado en serie en función de  $i$ . El tanto efectivo  $i$  desarrollado en serie en función de  $i_k$ . Ejemplos. Ampliación sobre el tanto nominal  $j_k$ . Su desarrollo en serie en función de  $i$ .  $\delta$  e  $i$  desarrollados en serie en función uno de otro. Ejemplos. El tanto instantáneo en función de un tanto nominal y recíprocamente. Ejemplos.— 24<sup>iv</sup>. Problemas.

Capítulo III. *La capitalización en fracciones de año. El tiempo fraccionario* ..... 71

25. Capitalización de los intereses por períodos de tiempo inferiores al año. Ejemplos.— 25'. El tipo de interés que se da en el problema es el efectivo correspondiente al período de capitalización o a otro distinto. Ejemplo.— 26. Tiempo fraccionario. Generalización de la fórmula fundamental. Convenio exponencial. Ejemplos. Convenio lineal. El monto. Ejemplo. El valor actual. Ejemplo. El tiempo. Ejemplo. La tasa. Ejemplo. La sustitución del factor  $\left(1 + \frac{p}{k} \times i\right)$  por el factor  $(1 + i)^{\frac{p}{k}}$ . Estudio del error cometido. Ejemplo.— 26'. Ampliación sobre la convención lineal. El monto y el valor actual. El tiempo. Ejemplo. La tasa. Ejemplo.— 27. Tiempo en el cual se duplica un capital a interés compuesto. Ejemplo. Serie de Mercator.— 27'. Casos particulares del interés compuesto. Ejemplos.

Capítulo IV. *Tablas numéricas del interés compuesto. Resolución de los problemas por medio de las mismas* ..... 108

28. Tabla de los logaritmos de  $(1 + i)$ .— 29. Tabla del valor final de 1,00 en el tiempo  $n$  a la tasa unitaria  $i$ . Formación de la tabla y manejo de la misma.— 30. Cálculo del monto. a) El tiempo y la tasa se hallan en la tabla. Ejemplo. b) El tiempo no se halla en la tabla. Ejemplo. Se admite que la diferencia de los tiempos es proporcional a la diferencia de los montos. Que la interpolación proporcional da para el monto un resultado por exceso. Representación gráfica. Interpolación tangencial. Que la interpolación tangencial da para el monto un resultado por defecto. Representación gráfica. c) La tasa no se halla en la tabla. Ejemplo. Se admite que la diferencia de las tasas es proporcional a la diferencia de los montos. Ejemplo.— 31. Observaciones. 1ª Interpolación proporcional o lineal. Que da también para el monto un resultado por exceso. Representación gráfica de la función cuando la variable es  $i$ . 2ª Interpolación tangencial. Da el monto por defecto. Representación gráfica. Ejemplo. Que no es indiferente en la interpolación tangencial partir de cualquiera de los dos montos  $s_1$  o  $s_2$  que dan las tablas. Representación gráfica. 3ª Advertencias sobre la práctica corriente de tomar para el monto la media aritmética de los montos, proporcional y tangencial. Ejemplo.— 32. Cálculo del capital primitivo. Formación de la tabla de valores actuales cuando el monto es la unidad. a) Formación de la tabla. b) El tiempo no se encuentra en la tabla. Interpolación proporcional. Que da para el capital primitivo un resultado por exceso. Representación gráfica. Interpolación tangencial. Que se obtiene un valor por defecto. Representación gráfica. c) La tasa no se encuen-

tra en la tabla. Ejemplo. Interpolación proporcional que da un valor por exceso. Interpolación tangencial que da un valor por defecto. Representación gráfica. Ejemplo.— 33. Cálculo del interés. a) El tiempo no se halla en la tabla. Ejemplo. b) La tasa no se halla en la tabla. Ejemplo.— 34. Cálculo del tiempo. Interpolación lineal que da para el tiempo un valor por defecto. Ejemplo. Interpolación tangencial que da para el tiempo un resultado por exceso. Representación gráfica. Ejemplo.— 35. Cálculo de la tasa. Interpolación proporcional. Ejemplo. Que da un valor para la tasa por defecto. Interpolación tangencial que da para la tasa un valor por exceso. Representación gráfica. Ejemplo.— 36. Los intereses se pagan por anticipado. Ejemplo.— 37. Tabla número 9. El tanto nominal en función del tanto real. Ejemplo.— 38. Tabla número 8. El tanto real en función del tanto nominal. Ejemplo.— 39. 60'. Problemas varios resueltos.— 61. Problemas a resolver.

Capítulo V. Descuentos. Descuentos a interés simple . . . . . 173

62. Definiciones.— 63. Descuento racional o matemático.— 64. Deducción de la fórmula fundamental. Ejemplo.— 65. Del problema inverso del descuento racional. Ejemplos.— 66. Del valor nominal y del actual.— 67. 68. 69. Ejemplos.— 70. Valor actual y descuento expresados en función del nominal de 1,00 peso.— 71. Advertencia. Ejemplo.— 72. Regla: el descuento se halla multiplicando el nominal por el descuento de 1,00 peso y dividiendo el producto por el monto de 1,00 peso. Ejemplo.— 73. Caso en que los documentos descontados devengan interés. Ejemplo.— 74. Calificación de abusivo que se da al descuento comercial. Ejemplo.— 75. Observación.— 76. Descuento comercial o bancario. Definición y fórmula fundamental.— 77. El tanto de descuento y el tanto de interés, uno en función del otro.— 78. Del problema inverso del descuento comercial.— 79. Del valor nominal y del actual.— 80. Ejemplos.— 81. Problemas a resolver de los dos descuentos.

Capítulo VI. Descuentos a interés compuesto . . . . . 191

82. Clases de este descuento.— 83. Descuento verdadero. Definición.— 84. Descuento exterior impropio. Definición.— 85. Descuento exterior propio o descuento bancario compuesto.— Definición.

*Descuento interior*

86. Descuento interior o verdadero. Deducción de las fórmulas.— 87. Ejemplos.— 88. La relación entre el descuento verdadero y el descuento comercial a interés simple. Ejemplos.— 89. Relación

entre el descuento verdadero y el descuento racional. Ejemplo.— 90. El descuento verdadero continuo.— 91. Ejemplos.

#### Descuentos exteriores

92. Descuento exterior propio. Tipo de interés y tipo de descuento. Las fórmulas en función de esta última tasa. Ejemplos.— 93. Los tipos de descuento. a)  $d$  en función de  $i$ . b)  $i$  en función de  $d$ . d) El tanto nominal de descuento. 1º El tanto real en función del nominal. 2º El tanto real del intervalo en función del tanto real anual. 3º El tanto anual nominal en función del real. 4º El tanto nominal de descuento en función del nominal de interés e inversamente. 5º El tanto nominal en función de  $v$ . 6º El tanto real de interés en función del nominal de descuento. 7º El tipo nominal de descuento en función del tipo real de interés. 8º El tanto real de descuento en función del tanto nominal de interés. 9º El tipo nominal de interés en función del tipo real de descuento. c) El tanto instantáneo de descuento. 1º  $\delta$  en función de  $v$ . 2º  $\delta$  en función de  $d$ . 3º  $d$  en función de  $\delta$ . 4º  $\delta$  en función de  $f_k$ , tanto nominal de descuento. 5º  $f_k$  en función de  $\delta$ . 6º El tipo instantáneo de interés y el tipo instantáneo de descuento. 7º  $d_k$  tanto real del intervalo en función de  $\delta$ , e inversamente.— 94. El descuento bancario continuo. Ejemplos.— 95. El descuento bancario compuesto relacionado con el descuento verdadero. Ejemplo.— 96. El descuento bancario compuesto relacionado con el descuento a interés simple. Ejemplos.— 97. Cálculos de amortización o depreciación.— 98. El método del descuento compuesto. Ejemplos.— 99. El descuento exterior impropio. Fórmulas. Ejemplos.— 100. Las facturas de descuento. Ejemplo.— 101. Un valor actual que sea submúltiplo del nominal.— 102. Problemas varios resueltos.

#### Capítulo VII. Vencimiento común . . . . .

248

109. Generalidades.— 110. Capitales equivalentes. Ejemplos.— 111. Capitales equivalentes cuando son descontados a la misma tasa. Investigación de un capital equivalente a otro dado. Ejemplo.— 112. Más sobre la investigación del capital equivalente. Ejemplo.— 113. Los capitales equivalentes en el descuento interior y en el descuento comercial simple. Ejemplos.— 114. Los capitales equivalentes en el descuento interior y en el racional simple. Ejemplos. Observación. Método convencional o comercial. Ejemplo.— 115. Que sólo debe emplearse el descuento verdadero.— 116. Vencimiento común. Caso general. Fórmula. Valor del pago único. Ejemplos. Dos modos de operar.— 117. Fórmula del segundo modo y su simplificación si los valores presentes son iguales.— 118. El problema inverso del vencimiento común. a) Investigación de la fecha de vencimiento del pago único. Ejemplo.

Discusión de la fórmula. Observación. Ejemplo. b) Investigación de la tasa. Ejemplo. Que en general la tasa como incógnita depende de una ecuación de grado superior. Regla para resolver una ecuación de este tipo originada por el vencimiento común. Ejemplos. La interpolación proporcional cuando se han hallado dos valores para el primer miembro de la ecuación, uno positivo y otro negativo, muy próximos a cero que es el segundo miembro de la ecuación. Necesidad entonces de admitir que las diferencias de las tasas son proporcionales a las diferencias del primer miembro de la ecuación, cuando se ha reducido el segundo a cero. c) Investigación del importe de uno de los pagarés. Ejemplo. d) Investigación del vencimiento de uno de los pagarés. Ejemplo.— 119. Breve referencia al vencimiento común a interés simple. Motivos que limitan su empleo en la práctica. Ejemplo.— 120 a 124. Ejemplos resueltos.— 125. Tasa común de descuento. Ejemplo.— 126. Los pagarés devengan intereses.— 127. Problemas a resolver.

Capítulo VIII. *Vencimiento medio o plazo medio* ..... 292

128. Definiciones y ecuación del plazo medio.— 129. Averiguación del plazo medio. Ejemplo. Influencia del punto de partida en la longitud de los cálculos.— 130. Averiguación de la tasa. Ejemplo. Resolución de la ecuación de grado superior que se origina.— 131. Hallar la fecha de uno de los pagarés. Ejemplo.— 132. Casos particulares. Los diferentes pagarés tienen el mismo valor. Ejemplo.— 133. Los diferentes pagos son de igual valor y entre los vencimientos media el mismo intervalo de tiempo. Ejemplo.— 134. Cuando son dos solamente los pagos iguales. Ejemplo. Que en el interés compuesto el plazo medio no coincide con la media aritmética de los plazos.— 135. Problemas a resolver.

Capítulo IX. *Anualidades o rentas. Vencimiento medio de una renta* ..... 308

136. Preliminares. Definición de la renta y de la anualidad. División en rentas constantes y variables.— 137. Rentas anuales, trimestrales, etc.— 138. División de las rentas según el fin que se persigue.— 139. Una clasificación general. Ciertas e inciertas. Vitalicias. Temporales o a plazo y perpetuas. Enteras y fraccionadas.— 140. La clasificación según el momento del período en que se paga la cuota: normales u ordinarias, es decir, de pago por atrasado o a término vencido y de pago por adelantado.— 141. La clasificación en inmediatas, diferidas y anticipadas.— 142. La clasificación de las rentas presentada en un cuadro con el gráfico representativo de cada una de ellas. Ejemplos de representación.— 143. El problema fundamental. Valor presente o actual y monto o valor final de una renta.— 144. Los símbolos.— 145. Vencimiento medio de una

renta.— 146. Rentas inmediatas de pago vencido. Ejemplo. Inmediata de pago adelantado. Ejemplo.— 147. Rentas diferidas ordinarias. Ejemplo. Diferida de pago adelantado. Ejemplo.— 148. Rentas anticipadas ordinarias. Anticipada de pago por adelantado. Ejemplo.— 149. Rentas constantes perpetuas.— 150. Rentas vitalicias.— 151. Rentas variables.

Capítulo X. *Rentas enteras. El valor actual o presente de una renta* . . . . .

332

152. Objeto de estudio de este capítulo.— 153. Forma general del valor actual de una renta. Renta diferida variable de pago por atrasado. Deducción de la fórmula.— 154. Renta diferida variable de pago adelantado. Fórmula.— 155. Renta inmediata variable de pago por atrasado. Fórmula.— 156. Renta inmediata variable de pago por adelantado. Fórmula.— 157. Renta anticipada variable de pago por atrasado. Fórmula.— 158. Renta anticipada variable de pago por adelantado. Fórmula.— 159. El valor actual en las rentas constantes perpetuas. a) La inmediata de pago atrasado. b) La inmediata perpetua pagadera por adelantado. c) Las perpetuas diferidas de pago atrasado. d) La perpetua diferida de pago por adelantado. e) La perpetua anticipada de pago atrasado. f) La perpetua anticipada de pago por adelantado. Fórmulas correspondientes a cada una de ellas. Ejemplos.— 160. El valor actual en las rentas variables perpetuas.— 161. Que no pueden decrecer en una cantidad constante.— 162. La progresión geométrica decreciente. Fórmula. Ejemplo.— 163. El valor actual de las rentas variables a plazo cuando la variación cumple determinadas condiciones. a) Anualidades variables en progresión aritmética. Fórmulas. b) La razón de la progresión es igual al primer término. Fórmula. Ejemplo. c) Las demás fórmulas que corresponden a otra clase de rentas en progresión aritmética se deducen de la anterior. d) La progresión aritmética es decreciente. Fórmula. Ejemplo. e) Anualidades variables en progresión geométrica. Fórmula. Ejemplo. f) La razón  $q$  es igual a  $(1 + i)$ . Resolver la indeterminación que resulta. Fórmula. Ejemplo.— 164. Rentas variables. Valor actual. Reunión de las fórmulas deducidas. Rentas variables perpetuas. Valor actual.— 165. El paso a las rentas constantes en las temporales. Rentas constantes. Valor actual. Renta inmediata pagadera por atrasado. Renta inmediata pagadera por adelantado. Diferida de pago atrasado. Diferida de pago adelantado. Anticipada de pago atrasado. Anticipada de pago adelantado.— 166. El paso a las fórmulas unitarias en las rentas temporales. Rentas constantes. Valor actual de las rentas cuando la cuota es 1,00 peso. Inmediata de pago atrasado. De pago adelantado. Diferida de pago atrasado. De pago adelantado. Anticipada de pago atrasado. De pago adelantado. Fórmulas de todas ellas.— 168. Ejemplos.— 169. Rentas continuas. El valor actual. Fórmulas. Advertencia importante. Ejemplos.— 170. La tabla del

valor actual de la anualidad de 1,00 peso. Fórmula:  $a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - v^n}{i}$ .

Formación de la tabla.— 171. El tiempo excede del calculado en las tablas. Ejemplo.

Capítulo XI. *Rentas enteras. El monto o valor final de una renta* 370

172. Forma general del monto de una renta. La renta variable anticipada de pago por atrasado. Deducción de la fórmula. Ejemplos.— 173. El monto  $m$  períodos después del último pago.— 174. Variable anticipada de pago adelantado. Fórmula.— 176. Variable inmediata de pago atrasado. Fórmula.— 177. Renta inmediata de pago adelantado. Fórmula.— 178. Variable diferida de pago atrasado. Fórmula.— 179. Variable diferida de pago adelantado. Fórmula.— 180. Que el monto es el mismo para las tres clases de renta de pago atrasado y el mismo para las tres de pago adelantado. Fórmulas.— 181. El valor final en las rentas variables a plazo, cuando la variación de los pagos cumple determinadas condiciones. a) Los términos de la renta varían en progresión aritmética. Fórmulas. Ejemplo. b) El valor actual de la renta de que se trate, como base para obtener el monto, excepto en las diferidas. c) La primera cuota es igual a la razón de la progresión. Fórmula. Ejemplo. d) La progresión aritmética decreciente. Fórmula. e) Los pagos varían en progresión geométrica. Fórmula. f) Caso en que la razón  $q$  es igual al factor  $(1 + i)$ . Se quita la indeterminación que resulta en la fórmula general. Ejemplos. Uno en progresión aritmética en que el último término es igual a la razón. g) Simplificación de la fórmula aplicada al problema precedente. 2º Ejemplo.— 182. El paso a las rentas constantes. La renta constante de pago atrasado. Fórmula.— 183. El monto de la renta constante de pago adelantado. Fórmula.— 184. El monto en la diferida de pago atrasado. Fórmula.— 185. El monto en la diferida de pago adelantado. Fórmula.— 186. Anticipada de pago atrasado. Fórmula.— 187. Anticipada de pago adelantado. Fórmula.— 189. El valor de una renta en una fecha intermedia. Interpretaciones. Ejemplos. c') Otra manera de llegar a los mismos resultados. Ejemplo.— 190. Si la renta es de términos desiguales.— 191. El monto y el valor actual. La relación entre ambos valores.— 192-193. Transformaciones en las fórmulas.— 194. En las diferidas no se puede capitalizar el valor actual para obtener el monto.— 195. Ejemplos, del 1º al 7º.— 196. Rentas continuas. El valor final. Ejemplo. Observación. Ejemplo.— 197. La tabla del valor final de la anualidad de 1,00 peso. Formación. Fórmula:  $s_{\overline{n}|i} = \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$ . 198. El tiempo excede del calculado en las tablas. Ejemplo.— 199. Problemas a resolver.



Capítulo XII. *Rentas ordinarias inmediatas. Valor presente o actual* .....

408

200. Preliminares.— 201. Rentas constantes temporales. Inmediata ordinaria. Fórmula del valor presente o actual.— 202. En función del tanto de descuento. Fórmulas.— 203. Rentas pagaderas por fracciones de período.— 204. Los pagos fraccionados y la capitalización de intereses coinciden pero la tasa se halla referida a período distinto. Fórmulas. Ejemplos.— 205. El paso de las rentas enteras a las rentas de pagos fraccionados e inversamente.— 206. El valor  $\frac{i}{j}$ . 207. Otras fórmulas del valor actual de la renta de pago fraccionado.— 208. La duración de la renta consta de un número  $h$  de intervalos o subperíodos que no es múltiplo de  $k$ . Fórmulas.— 209. El número de intervalos de pago y capitalización no compone un período. Fórmula.— 210. Advertencia.— 211. Casos en que no coincide el fraccionamiento de la renta con el de la capitalización. Fórmulas. 1º Se hace un solo pago por año y se capitaliza  $k$  veces al año. Fórmula. Ejemplo. 2º Se hacen  $p$  pagos por año y se capitaliza anualmente. Ejemplo. 3º a) Se hacen  $p$  pagos por año y se capitaliza  $k$  veces al año. b) El número de capitalizaciones es distinto del número de pagos, pero el cociente  $\frac{p}{k}$  es un número entero. Fórmula. Ejemplo. c) Capitalizaciones y pagos son en distinto número, pero el cociente  $\frac{k}{p}$  es entero. Ejemplo. d)  $p$  y  $k$  son distintos pero ninguno de ellos es divisible por el otro. Ejemplo.— 212. El intervalo de un pago a otro es mayor de un año y la capitalización se hace  $k$  veces al año. Fórmula.— 213. El intervalo de los pagos es mayor de un año y el de la capitalización también. Fórmula.— 214. Rentas variables a plazo. El valor presente o actual en las ordinarias inmediatas.— 215. Las cuotas se mantienen constantes durante un cierto número de períodos cada vez. Ejemplo.— 216. Los grupos son del mismo número de períodos. Ejemplo.— 217. Las cuotas varían en progresión aritmética. Fórmulas.— 218. El primer término y la razón son iguales. Fórmula.— 219. La progresión decreciente. Fórmula.— 220. El último pago igual a la razón. Fórmula.— 221. La renta unitaria en progresión aritmética. La renta creciente. Fórmula. Ejemplos.— 222. La decreciente o *decreasing annuity*. Observación. Ejemplo.— 223. Las rentas varían en progresión geométrica. Fórmulas. Ejemplos.— 224. La razón  $q$  es igual a  $(1 + i)$ . Ejemplos.— 225. Rentas variables pagaderas por fracciones de año. 1º Pagos arbitrarios. Ejemplo. 2º En progresión aritmética. a) Los pagos fraccionados y los de los períodos forman todos ellos una progresión aritmética. Fórmula. Ejemplo. b) Las cuotas anuales están en progresión aritmética y los pagos fraccionados también, pero éstos suman la cuota anual. Ejemplo. Advertencia. Ejemplo. 3º En progresión geométrica. Fórmula.

a) La serie completa de los pagos es una progresión geométrica, sin que deba cumplir otra condición. Fórmula. Ejemplo. b) Las cuotas anuales y los pagos fraccionados forman dos progresiones geométricas; las sumas de ambas progresiones son idénticas. Ejemplo.— 226. Dos ejemplos resueltos.— 227. Cuando los períodos de pago y de acumulación de intereses no coinciden en las rentas variables. La progresión aritmética. a) Los pagos fraccionados sólo están sujetos a la condición de formar una progresión aritmética. Fórmulas. b) Las cuotas anuales están en progresión aritmética y los pagos fraccionados también pero éstos suman en un año la cuota anual. Fórmulas.— 228. Los períodos de pago y capitalización no coinciden en la progresión geométrica. a) Los pagos parciales sólo están sujetos a la condición de formar una progresión geométrica. Fórmula. b) Los pagos fraccionados, en progresión geométrica, han de cumplir además la condición de que los hechos en un año sumen la cuota anual. Fórmula.— 229. Tipos distintos de interés. Ejemplos.— 230. Intereses anticipados. Ejemplos.— 232. Estudio y representación gráfica de la función  $a_{\overline{n}|i}$ . 233. El desarrollo en serie de la función  $a_{\overline{n}|i}$ .

Capítulo XIII. Rentas ordinarias inmediatas. El valor de la anualidad o cuota en función del valor actual . . . . . 490

234. La anualidad en la renta constante. Fórmulas. Ejemplo.— 235. Anualidad de imposición y anualidad de amortización. a) Las anualidades de imposición. b) Anualidad de amortización. Ejem-

plo.— 236. Las relaciones entre  $\frac{1}{s_{\overline{n}|}}$  y  $\frac{1}{a_{\overline{n}|}}$ , y entre  $s_{\overline{n}|}$  y  $a_{\overline{n}|}$ .

1º Diferencia entre los inversos de  $a_{\overline{n}|}$  y  $s_{\overline{n}|}$ . Ejemplo. 2º La relación por cociente entre ambas anualidades. 3º La diferencia entre dos anualidades de amortización cuando los tiempos difieren en un período; en general, diferencia  $\frac{1}{a_{\overline{p}|}} - \frac{1}{a_{\overline{n}|}}$ , siendo  $p$  y

$n$  cualesquiera ( $p < n$ ). 4º Diferencia entre dos anualidades de imposición cuando los tiempos difieren en un período; en general, diferencia  $\frac{1}{s_{\overline{p}|}} - \frac{1}{s_{\overline{n}|}}$ , siendo  $p$  y  $n$  cualesquiera ( $p < n$ ).

5º Suma del valor actual y del valor final cuyos subíndices son complementarios al número total de períodos de la renta. 6º La diferencia entre el valor final y el actual de una renta. 7º La diferencia de los valores actuales de dos rentas que difieren en un período; en general, cuando difieren en  $d$  períodos. 8º  $a_{\overline{n+1}|}$  en

función de  $a \frac{1}{n|}$ . 9º Relación de dos valores actuales referidos a tiempos distintos  $n$  y  $m$ . 10º Diferencia de los montos que difieren en un período,  $s \frac{1}{n+1|} - s \frac{1}{n|}$ ; en general, cuando difieren en  $d$  periodos,  $s \frac{1}{n+d|} - s \frac{1}{n|}$ . 11º Relación por cociente de los mon-

tos referidos a tiempos distintos,  $\frac{s \frac{1}{n|}}{s \frac{1}{m|}}$ . 237. Las rentas pagade-

ras por fracciones de año. 1º Los pagos fraccionados y la capitalización coinciden hallándose referida la tasa además a la misma fracción de año. Fórmula. 2º Los pagos fraccionados y la capitalización coinciden, pero la tasa se halla referida a período distinto. Fórmulas. Ejemplo. 3º Capitalización y pagos coinciden, pero la renta tiene de duración  $h$  intervalos o subperíodos, número que no es múltiplo de  $k$ . Fórmulas. Ejemplo. 4º Capitalización y pagos coinciden, pero el número  $m$  de intervalos no llega a componer un período. Fórmula. Ejemplo.— 238. Los pagos y las capitalizaciones no coinciden. Fórmula. 1º Se hace un solo pago por año y se capitaliza  $k$  veces al año. Fórmula. Ejemplo. 2º Se hacen  $p$  pagos por año y se capitaliza anualmente. Fórmula. Ejemplo. 3º Se hacen  $p$

pagos por año y se capitaliza  $k$  veces por año, pero el cociente  $\frac{p}{k}$  es entero. Fórmula. Ejemplo. 4º Capitalizaciones y pagos son en distinto número, pero el cociente  $\frac{k}{p}$  es entero. Fórmula. Ejemplo.

5º  $p$  y  $k$  son distintos y además ninguno de ellos es divisible por el otro. Ejemplo. 6º El intervalo de un pago a otro es mayor de un año y la capitalización se hace  $k$  veces al año. Fórmula. Ejemplo. 7º El intervalo de los pagos es mayor de un año y la capitalización es anual. Fórmula.— 239. Rentas variables a plazo. La anualidad en las ordinarias. Fórmula.— 240. Los términos varían en progresión aritmética. a) Renta creciente. Investigación del primer término. Fórmula. Ejemplo. b) Investigación de la razón. Fórmula. Ejemplo. c) Renta decreciente. Investigación del primer término y la razón. Fórmulas. Ejemplo. d) El primer término y la razón son iguales. Fórmula. Ejemplo. e) El último término y la razón son iguales. Fórmula. Ejemplo.— 241. Los términos varían en progresión geométrica. Fórmula. Ejemplo.— 242. La anualidad en las rentas variables pagaderas por fracciones de año. En progresión aritmética. 1º Los pagos fraccionados y los de los períodos forman todos ellos una progresión aritmética. Fórmulas. Ejemplo. 2º Las cuotas anuales están en progresión aritmética y los pagos fraccionados también, pero éstos suman la cuota anual. Ejemplo.— 243. En progresión geométrica. Fórmula. Ejemplos.— 244. Tablas numéricas para el cálculo de la anualidad.— 245. Cálculo de la anualidad. Ejemplos.— 246. Problemas a resolver.

Capítulo XIV. Rentas ordinarias inmediatas. Cálculo del tiempo en función del valor actual ..... 535

247. La fórmula. El cálculo por logaritmos.— 248. El cálculo por las tablas financieras. Ejemplo.— 249. Caso en que el cociente

$\frac{A-\frac{A}{n|}}{R}$  no se halle en las tablas, o lo que es lo mismo, caso en que no resulte un número entero de períodos.— 250. Modificación del valor actual o de la cuota. Ejemplo.— 251. Agregando a la última

anualidad un pago suplementario cuyo importe es  $(\frac{A}{n|} - \frac{A}{n'|}) \times$

$\times (1 + i)^n$ . Ejemplo.— 252. Haciendo al fin del tiempo  $n = n' + f$  un pago especial cuyo importe es  $(\frac{A}{n|} - \frac{A}{n'|}) \times (1 +$

$+ i)^n$ . Fórmula del pago. Ejemplo. Advertencia.— 253. El criterio de hacer un pago al final del año  $n' + 1$ . Fórmula del pago. Ejemplo.— 254. Se satisfacen  $n'$  pagos solamente y su monto se acumula hasta que el valor actual sea idéntico al dado en el problema. Ejemplo.— 255. El tiempo en las rentas constantes pagaderas por fracciones de año. Ejemplo.— 256. Los intervalos de capitalización no coinciden con el fraccionamiento de la renta. Ejemplo.— 257. Se hace un solo pago por año y se capitaliza  $k$  veces al año. Ejemplo.— 258. Se hacen  $p$  pagos por año y se capitaliza anualmente. Ejemplo.— 259. Capitalizaciones y pagos son en distinto número pero

el cociente  $\frac{p}{k}$  es un número entero. Ejemplo.— 260. Capitaliza-

ciones y pagos son en distinto número pero el cociente  $\frac{k}{p}$  es un

número entero. Ejemplo.— 261. El intervalo de un pago a otro es mayor de un año y se capitaliza  $k$  veces al año. Ejemplo.— 262.

Rentas variables a plazo. El tiempo en función del valor actual. Renta en progresión aritmética. Ejemplo.— 263. Si el primer término es igual a la razón. Ejemplo.— 264. Si el último término y la razón son iguales. Ejemplo.— 265. En progresión aritmética

decreciente. Ejemplo.— 266. Rentas en progresión geométrica. El tiempo en función del valor actual. Ejemplo.— 267.  $q = (1 + i)$ . Ejemplo.— 268. El tiempo en las rentas variables pagaderas por

fracciones de año. En progresión aritmética. Ejemplo.— 269. Se da la suma anual que ha de pagarse. Ejemplo.— 270. En progresión geométrica. Ejemplo.— 271. Cuando los datos se refieren a las cuotas anuales. Ejemplo.— 272. La fórmula poniendo en ella los

valores de  $q'$  y  $R'_1$  sin calcularlos previamente.— 273. Problemas a resolver.

Capítulo XV. *Rentas ordinarias inmediatas. La tasa en función del valor actual* ..... 580

274. Generalidades.— 275. Un límite superior y un límite inferior del valor de  $i$ .— 276. Cálculo de  $i$  por medio de las tablas financieras. a) Empleo de la tabla de valores  $a-\frac{1}{n|i}$ . Ejemplo. Interpolación lineal. Segunda interpolación lineal. Representación gráfica. b) Utilizando la tabla de valores  $\frac{1}{a-\frac{1}{n|i}}$ . Interpolación proporcional. Ejemplo. Segunda interpolación lineal. c) Comparación de los resultados que dan las tablas  $a-\frac{1}{n|i}$  y  $\frac{1}{a-\frac{1}{n|i}}$ . d) La corrección del tipo dado por las tablas. Ejemplo. e) Las fórmulas anteriores modificadas. Ejemplo.— 277. El empleo de las diferencias. La fórmula de Newton. a) Definición de las diferencias. Diferencias de diversos órdenes. b) Aplicaciones. c) Tabla de la función  $y = 5x^2$ . d) La diferencia de orden  $p$  en función de los valores  $y_0, y_1, \dots, y_p$  de la serie dada. e) El término  $y_p$  en función del primer término  $y_0$  y de sus  $p$  diferencias. Ejemplo.— f) Diferencias de polinomios. Observaciones. 1ª Que se necesita contar con  $n + 1$  valores numéricos del polinomio para llegar a la diferencia de orden  $n$ . 2ª Diferencias de un orden igual al grado del polinomio. 3ª Que las diferencias de un orden igual al de la función son independientes de la variable  $x$ . 4ª Que las diferencias decrecen a medida que es menor el incremento y mayor el orden de las mismas. 5ª Formación inmediata de la diferencia de orden  $n$ . 6ª Primer término de una diferencia de cualquier orden. 7ª Que en las matemáticas financieras sólo interesa el caso en que los incrementos dados a la variable  $x$  forman progresión aritmética. g) El empleo de las diferencias para la formación de tablas numéricas. La interpolación. Ejemplo.— h) Fórmula de Newton. Llegar a ella utilizando las diferencias de factoriales. i) Para las tablas más corrientes en la práctica. j) Escribir la fórmula de Newton para la razón igual a 1 y para la razón igual a  $h$ . Observaciones a la fórmula de Newton. Interpolación cuadrática. Interpolación cúbica. Errores de la fórmula de Newton. Ejemplo. Interpolación lineal. Interpolación cuadrática. Interpolación cúbica.

Capítulo XVI. *Rentas ordinarias inmediatas. El monto o valor final y la anualidad en función del monto* ..... 630

279. Renta inmediata pagadera por atrasado. El valor final. Fórmula. En función del tanto de descuento y del tanto instantáneo.— 280. Rentas constantes pagaderas por fracciones de período. Fórmulas.— 281. Los pagos fraccionados y la capitalización coinciden,

pero la tasa se halla referida a período distinto. Fórmula. Ejemplo.— 282. La duración de la renta es de  $h$  subperíodos y este número no es múltiplo de  $k$ . Fórmula. Ejemplos.— 283. El número de subperíodos de pago y capitalización no componen un año. Fórmulas.— 284. Cuando no coincide el fraccionamiento de la renta con el de la capitalización. Ejemplos.— 285. Se hace un solo pago por año y se capitaliza  $k$  veces al año. Fórmula.— 286. Se hacen  $p$  pagos por año y se capitaliza anualmente. Fórmula. Ejemplo.— 287. Los pagos y las capitalizaciones no coinciden, pero el cociente  $\frac{P}{k}$  es un número entero. Fórmula. Ejemplo.— 288.

Cuando el cociente  $\frac{k}{p}$  es entero. Fórmula.— 289. El intervalo de un pago a otro es mayor de un año y la capitalización se hace  $k$  veces por año. Fórmula. Ejemplo.— 290. El intervalo de los pagos es mayor de un año y la capitalización es anual. Fórmula.— 291. El intervalo de los pagos es mayor de un año y el de la capitalización también. Fórmula. Ejemplo.— 292. Rentas variables a plazo. El valor final en las ordinarias inmediatas.— 293. Las cuotas se mantienen constantes durante un cierto número de períodos cada vez. Ejemplo.— 294. Los grupos son del mismo número de períodos.— 295. Las cuotas varían en progresión aritmética. Fórmulas.— 296. Si el primer término y la razón son iguales. Fórmula.— 297. La progresión aritmética decreciente. Fórmulas. Ejemplo.— 298. El último pago igual a la razón. Fórmula.— 299. La renta unitaria en progresión aritmética. La creciente o *increasing annuity*. Fórmula. Ejemplo.— 300. La decreciente o *decreasing annuity*. Fórmula.— 301. Las rentas varían en progresión geométrica. Fórmula.— 302. Caso en que la razón  $q$  es igual a  $(1 + i)$ . Fórmula.— 303. Las rentas variables pagaderas por fracciones de año. El monto.— 304. Pagos arbitrarios. Ejemplo.— 305. En progresión aritmética de pagos fraccionados. Los pagos fraccionados y los de los períodos cumplen sólo la condición de formar en su conjunto una progresión aritmética. Fórmulas. Ejemplo.— 306. Las cuotas anuales están en progresión aritmética y los pagos fraccionados también, pero de éstos los que se hacen en un año suman la cuota anual. Ejemplos.— 307. El primer término y la razón son iguales. Ejemplos.— 308. La progresión decreciente. 1º Los pagos fraccionados sólo están sujetos a cumplir la condición de formar en su conjunto una progresión aritmética. Fórmula. 2º Las cuotas anuales están en progresión aritmética y los pagos fraccionados también, pero éstos deben sumar la cuota anual que es dada. Ejemplo. 3º El último pago igual a la razón. Fórmula. Ejemplos.— 309. La progresión geométrica en los pagos fraccionados.— 310. El conjunto de ellos forma una progresión geométrica y no ha de cumplir otra condición.— 311. Los fraccionados han de sumar la cuota anual. Ejemplo.— 312. El caso particular de ser la razón  $q$  igual a  $(1 + i)$ . Ejemplo.— 313. Cuando los períodos de pago y de

acumulación de intereses no coinciden en las rentas variables. La progresión aritmética. Ejemplo.— 314. Cuando la progresión es geométrica. Los pagos sólo han de formar en su conjunto progresión geométrica.— 315. Los pagos que se hacen en un año suman la cuota anual.— 316. Tipos distintos de interés. Ejemplo.— 317. Intereses anticipados. Ejemplo.— 318. Renta afectada de cargas fiscales.— 319. Estudio y representación gráfica de la función  $s_{\overline{n}|i}$ . 320. El desarrollo en serie de la función  $s_{\overline{n}|i}$ .

Capítulo XVII. *Rentas ordinarias inmediatas. El tiempo y la tasa en función del monto* . . . . .

704

321. Las rentas constantes enteras. El tiempo. a) El cálculo por logaritmos. b) El cálculo por las tablas financieras. Ejemplo.—

322. Caso en que el cociente  $\frac{s_{\overline{n}|i}}{R}$  no se halle en las tablas.

El tiempo. a) Modificación del valor final o de la cuota. Ejemplo. b) Alteración de la última anualidad, a la que se agrega un pago suplementario cuyo importe es  $S_{\overline{n}|i} \times v^f - S_{\overline{n'|i}}$ . Expresión del último pago  $R_n$ . c) Haciendo al fin del tiempo  $n = n' + f$

un pago especial cuyo importe es  $S_{\overline{n}|i} - S_{\overline{n'|i}} \times (1 + i)^f$ . Expresión de este último pago. d) El criterio de hacer un pago especial al finalizar el año  $n' + 1$ . Expresión de este último pago. e) El criterio de no hacer más que  $n'$  pagos y acumular su monto hasta que se obtenga un valor idéntico al dado en el problema. Ejemplos. La tasa. a) Empleo de la tabla de valores  $s_{\overline{n}|i}$ . Re-

representación gráfica. Interpolación lineal. Ejemplo. Segunda interpolación lineal. b) Empleo de la tabla de valores  $\frac{1}{s_{\overline{n}|i}}$ . Representación gráfica. Interpolación lineal. c) La interpolación tangencial. Representación gráfica. Ejemplo. d) La corrección del tipo dado por las tablas. e) Una modificación aplicable a las fórmulas [715] y [716] que da los mejores resultados. Ejemplo.— 323. Rentas constantes pagaderas por fracciones de período.— 324. Los pagos fraccionados y la capitalización coinciden pero la tasa se refiere a período distinto. Ejemplo. El tiempo. Ejemplo.— 325. Cuando no coincide el fraccionamiento de la renta con el de la capitalización. Fórmulas. El tiempo. La tasa. Ejemplo.— 326. Se hace un solo pago por año y se capitaliza  $k$  veces al año. La tasa. Ejemplo.— 327. Se hacen  $p$  pagos por año y se capitaliza anualmente. El tiempo. La tasa. Ejemplo.— 328. Capitalizaciones y pagos

son en distinto número, pero el cociente  $\frac{p}{k}$  es entero. La tasa.

son en distinto número, pero el cociente  $\frac{p}{k}$  es entero. La tasa.

Ejemplo.— 329. Pago y capitalización no coinciden, pero el cociente  $\frac{k}{p}$  es un número entero. El tiempo. La tasa.— 330. El intervalo de un pago a otro es mayor de un año y la capitalización se hace  $k$  veces al año. El tiempo. La tasa.— 331. El intervalo de los pagos es mayor de un año y la capitalización es anual. La tasa. Ejemplo.— 332. El intervalo de los pagos es mayor de 1 año y el de la capitalización también. El tiempo. La tasa. Ejemplo. Rentas variables. Las cuotas varían en progresión aritmética. La tasa. Ejemplo.— 334. El primer término y la razón son iguales. El tiempo. Ejemplo. La tasa.— 335. La progresión aritmética decreciente.— 336. El último pago igual a la razón.— 337. Las rentas varían en progresión geométrica.— 338. Caso en que la razón  $q$  es igual a  $(1 + i)$ . La tasa.— 339. Las rentas variables pagaderas por fracciones de año. Progresión aritmética. El conjunto de los pagos forma progresión aritmética sin cumplir otra condición. El tiempo. La tasa. Ejemplo.— 340. Los pagos fraccionados han de sumar la cuota anual. El tiempo. Ejemplo. La tasa.— 341. El primer término y la razón son iguales.— 342. La progresión decreciente.— 343. La progresión geométrica. El conjunto de los pagos forma progresión geométrica sin cumplir otra condición. El tiempo. La tasa.— 344. Los pagos fraccionados han de sumar la cuota anual. La tasa.— 345. Caso particular:  $q = (1 + i)$ . La tasa.— 346. Los periodos de pago y capitalización no coinciden en las rentas variables. Progresión aritmética. Ejemplo. La tasa.— 347. Progresión geométrica. El conjunto de los pagos forma progresión geométrica. El tiempo. La tasa.— 348. Los pagos que se hacen en un año suman la cuota anual. La tasa.

Capítulo XVIII. *Rentas diferidas y anticipadas. Las ordinarias o de pago por atrasado* . . . . .

349. Generalidades.— 350. Valor actual. Renta diferida ordinaria. Fórmula.— 351. Valor actual. Renta anticipada ordinaria. Fórmula.— 352. Valor actual. Unificación de las fórmulas de la renta diferida y de la anticipada.— 353. Valor final. Renta diferida ordinaria.— 354. Valor final. Renta anticipada ordinaria.— 355. El tiempo. Número de periodos en las diferidas y anticipadas. Fórmulas.— 356. Cálculo del tiempo diferido o anticipado. Ejemplo.— 357. Cálculo de la anualidad.— 358. Cálculo del tipo de interés. Ejemplo.— 359. Rentas constantes fraccionadas. Cálculo del valor actual. Fórmulas.— 360. Rentas constantes fraccionadas. El monto.— 361. Rentas constantes fraccionadas. El tiempo. Ejemplo.— 362. Cálculo del tiempo diferido o anticipado en estas rentas.— 363. Cálculo de la cuota.— 364. Cálculo de la tasa. Ejemplo.— 365. Rentas constantes fraccionadas. El intervalo de pago no coincide con el de capitalización. El valor actual. Ejemplo.—



366. El valor final de las mismas rentas fraccionadas.— 367. El tiempo en las diferidas y anticipadas para esta misma clase de rentas.— 368. El tiempo diferido o anticipado en esta clase de rentas.— 369. Cálculo de la cuota.— 370. Investigación de la tasa.— 371. Rentas variables diferidas y anticipadas. El valor actual en las ordinarias. La progresión aritmética.— 372. El monto.— 373. El tiempo. Ejemplo.— 374. La anualidad o cuota.— 375. La tasa. Ejemplo.— 376. El primer término y la razón son iguales.— 377. La progresión aritmética decreciente.— 378. El último pago igual a la razón.— 379. Las rentas varían en progresión geométrica.— 380. Caso en que la razón  $q$  es igual a  $(1 + i)$ .— 381. Rentas variables pagaderas por fracciones de año. Los pagos fraccionados y los que se hacen al final de cada período cumplen sólo la condición de formar en su conjunto una progresión aritmética.— 382. Las cuotas anuales están en progresión aritmética y los pagos fraccionados también, pero de éstos los que se hacen en un año suman la cuota anual. Ejemplo.— 383. En progresión geométrica. La serie completa de los pagos no está sujeta a otra condición que la de formar en su conjunto una progresión geométrica.— 384. Las cuotas anuales y los pagos fraccionados forman dos progresiones. Las sumas de ambas progresiones son idénticas.— 385. Rentas variables. El período de los pagos no coincide con el de la capitalización. 1º La progresión aritmética. Ejemplo. Advertencia. 2º La progresión geométrica. Advertencia.— 386. Las rentas continuas diferidas y anticipadas. Ejemplo.— 387. La capitalización continua en las rentas diferidas y anticipadas. Ejemplo.

Capítulo XIX. *Las rentas de pago por adelantado. Inmediatas, diferidas y anticipadas* . . . . .

864

388. Generalidades. Tipo de interés y tipo de descuento.— 389. Constantes enteras de pago adelantado. El valor actual y el valor final. a) Cálculo de la cuota. b) Cálculo del tiempo. Ejemplo. c) Cálculo de la tasa. Ejemplo. d) La capitalización continua.— 390. Las rentas constantes pagaderas por fracciones de año. Ejemplos sobre las tasas.— 391. La duración de la renta consta de un número  $h$  de intervalos o subperíodos que no es múltiplo de  $k$ . Ejemplos sobre el tiempo y la tasa.— 392. El número de intervalos de pago y capitalización  $h$  no llega a componer un período.— 393. Las rentas constantes pagaderas por fracciones de año pero en las cuales el período de los pagos no coincide con el período de capitalización. El cociente  $\frac{k}{p}$  es entero. El cociente  $\frac{p}{k}$  es entero. Se hace un solo pago por año y se capitaliza  $k$  veces al año. Se hacen  $p$  pagos por año y se capitaliza anualmente. El intervalo de un pago a otro es mayor de un año y se capitaliza  $k$  veces al año. El intervalo de los pagos es mayor de un año y la capitaliza-

ción es anual. El intervalo de los pagos es mayor de un año y el de la capitalización también. Ejemplo. Extensión de las fórmulas precedentes a las diferidas y anticipadas. Ejemplos.— 394. Las rentas variables pagaderas por adelantado. a) Inmediatas, diferidas y anticipadas en progresión aritmética. Ejemplo. Casos particulares. 1º El primer término y la razón son iguales. Ejemplo. 2º El último pago igual a la razón. Ejemplo. 3º La renta unitaria en progresión aritmética creciente. Ejemplo. La *decreasing annuity*. b) Las rentas varían en progresión geométrica. Caso particular. La razón  $q$  es igual a  $(1 + i)$ . Ejemplo.— 395. Rentas variables fraccionadas. Las de pago adelantado. a) Variables fraccionadas aritméticas. 1º Los pagos parciales que se hacen antes del fin del año y el que se hace al fin del año, cumplen sólo la condición de hallarse todos ellos en progresión aritmética. 2º Las cuotas anuales están en progresión aritmética y los pagos fraccionados también, pero de éstos los que se hacen en un año suman la cuota anual. b) Variables fraccionadas geométricas. 1º La serie completa de los pagos no cumple más condición que la de formar en su conjunto una progresión geométrica. Ejemplo. 2º Las cuotas anuales y los pagos fraccionados forman dos progresiones geométricas, pero los pagos parciales que se hacen en un año suman la cuota anual. Ejemplo.— 396. Rentas variables fraccionadas. Las de pago adelantado. El fraccionamiento de la cuota anual no coincide con el de la capitalización de intereses. a) En progresión aritmética. 1º La sola condición que cumplen los pagos es la de formar en su conjunto una progresión aritmética. Ejemplo. 2º Los pagos fraccionados se hallan en progresión aritmética, pero los que se hacen en un año suman la cuota anual. b) En progresión geométrica. 1º Los pagos han de cumplir la sola condición de hallarse en progresión geométrica. Ejemplo. 2º Los pagos parciales en progresión geométrica cumplen la condición de que su suma es igual a la de las cuotas anuales que también forman progresión de la misma clase. Ejemplos.

Capítulo XX. *Rentas perpetuas. Inmediatas, diferidas y anticipadas* . . . . .

397. Generalidades.— 398. El monto o valor final de las rentas perpetuas.— 399. El valor actual en las rentas enteras. Capitalización continua. Fórmulas. Ejemplo. Una renta temporal es la diferencia de dos perpetuas. Ejemplo.— 400. Pagaderas por fracciones de año. 1º caso. Fórmulas. 2º caso. Fórmulas. Ejemplo.— 401. Rentas perpetuas continuas. Fórmulas.— 402. El intervalo de un pago a otro es mayor de un año y la capitalización se hace  $k$  veces al año. Fórmulas. Ejemplo.— 403. El intervalo de los pagos es mayor de un año y el de la capitalización también. Fórmulas.— 404. Rentas variables perpetuas. En progresión aritmética. Fórmula. Ejemplo.— 405. Rentas variables perpetuas. En progresión geo-

métrica. Fórmulas.— 406. Las rentas variables pagaderas por fracciones de año. En progresión aritmética. 1<sup>er</sup>. caso. 2<sup>o</sup> caso. Ejemplo.— 407. Las rentas variables pagaderas por fracciones de año en progresión geométrica. 1<sup>er</sup>. caso. Ejemplo. 2<sup>o</sup> caso.— 408. Cuando no coinciden los pagos fraccionados y la capitalización de intereses. 1<sup>o</sup> Progresión aritmética. Fórmulas. Ejemplos. 2<sup>o</sup> caso. La progresión geométrica. Fórmulas.— 409. El significado de la palabra *capitalización* en las rentas perpetuas. Ejemplos.— 410. Los costos capitalizados. Fórmulas. Ejemplos.— 411. Equivalencia de los costos capitalizados. Ejemplos.— 412. Gastos que prolongan la duración de un activo. Fórmulas. Ejemplos.— 413. Un ejemplo típico de nuestro medio.— 414. Problemas a resolver.

### Capítulo XXI. *Algunos problemas especiales sobre las rentas* . . . 1024

415. Las cuentas corrientes a interés compuesto. Saldo. Ejemplo. Observación importante.— 416. Conversión de un capital en renta. Ejemplo.— 417. Conversión de una renta en capital. Ejemplo.— 418. Conversión de una renta en otra. Ejemplo.— 419. Problemas a resolver.

### Capítulo XXII. *Pago de las deudas por medio de anualidades* . . . 1037

420. Preliminares.— 421. Préstamo reembolsable por medio de un pago único con abono periódico de intereses. a) Cancelación anticipada de toda la deuda. Fórmulas. b) Cancelación anticipada de parte de la deuda. Fórmulas.— 422. Préstamo reembolsable por medio de un pago único sin abono periódico de los intereses. a) Cancelación anticipada de toda la deuda. Fórmulas. b) Cancelación anticipada de parte de la deuda. 1<sup>er</sup>. caso. 2<sup>o</sup> caso. 3<sup>er</sup>. caso. Ejemplo.— 423. Procedimientos de amortización a base de anualidades.— 424. El fondo de amortización o *sinking fund*. Los problemas que se derivan del mismo. Fórmulas.— 425. Fondo de amortización. El tiempo. Ejemplos.— 426. Fondo de amortización. La tasa. Ejemplo.— 427. Fondo de amortización. Su importe en un momento cualquiera determinado. Ejemplos. Cuadro del fondo de amortización.— 428. El fondo de amortización. Cancelación anticipada. 1<sup>o</sup> El prestatario o deudor solicita la cancelación del préstamo. 2<sup>o</sup> La rescisión del contrato la pide el prestamista. 3<sup>o</sup> La rescisión interesa al deudor y al acreedor. Ejemplo.— 429. Varios problemas sobre el fondo de amortización. Del 1<sup>o</sup> al 4<sup>o</sup>— 430. Valoración de un préstamo en un momento cualquiera de su vigencia. Usufructo y nuda propiedad. Propiedad plena. a) El cálculo a un solo tipo de interés, el que rige en el préstamo. b) Dividendo fraccionado. Ejemplo.— 431. Tipos diferentes de interés. El del préstamo y el del mercado financiero. a) Dividendo anual. b) Dividendo fraccionado.— 432. Caso en que el reembolso

de la deuda no se hace por el nominal, sino por una cantidad distinta  $C_n$ . Dividendo anual. b) Dividendo fraccionado.— 433. Valoración de una deuda en un instante cualquiera entre dos pagos consecutivos del dividendo. Precio con interés. Precio efectivo o *flat*. a) Un procedimiento práctico para hallar el valor o el precio *flat* de una deuda en un momento  $hk + t$ , comprendido entre los dividendos  $hk$  y  $hk + 1$ . Fórmula correspondiente a este procedimiento práctico. La fórmula produce el mismo resultado que el que se obtiene interpolando en las tablas de obligaciones y sumando al precio con interés así obtenido la parte vencida del cupón corriente. Ejemplo. Observaciones 1ª, 2ª y 3ª b) Otro método práctico para hallar el precio efectivo de las obligaciones cuando falta menos de un período de cupón hasta el vencimiento. Fórmulas. Ejemplo.— 434. Procedimientos exactos para hallar los precios entre fechas de cupón. Puntos 1º al 5º Fórmulas. Ejemplo. Observaciones.— 435. El pago de las deudas por el método de amortización.— 436. Amortización por medio de una anualidad constante. Fórmula fundamental. Ejemplo.— 437. Las cuatro fórmulas principales. La cuota de amortización, la cuota de interés, el capital pendiente y el capital amortizado. Ejemplo.— 438. El cuadro de amortización. Ejemplo.— 439. Cancelación anticipada del préstamo. Ejemplo. Rehacer el cuadro en caso de reembolso parcial.— 440. Valoración de una deuda que funciona por el método de amortización a cuota constante en un momento cualquiera de su vigencia.— 441. Valoración a un tanto distinto del de préstamo.— 442. Negociación del préstamo en el momento  $h$ . Usufructo, nuda propiedad y valor de la deuda. Advertencia.— 443. Caso en que la valoración se hace entre dos fechas de pago del dividendo. Ejemplo.— 444. Reconstitución del capital por el prestamista.— 445. Vencimiento medio de las cuotas, de las partes de amortización y de las de intereses.— 446. La amortización a cuota constante con pago anticipado de los intereses. a) La cuota de amortización del capital. b) La cuota constante total  $R$ . c) La cuota de interés. d) El capital residual. e) El capital amortizado. Ejemplo. Cuadro de amortización. Observación.— 447. Valoración de un préstamo con pago anticipado de los intereses en un instante  $h$  cualquiera de su vigencia. 1º Nuda propiedad. 2º Usufructo. 3º Valor. Ejemplo. 4º Vencimientos medios.— 448. Amortización de una deuda por medio de una renta en progresión aritmética. a) Deuda residual en un momento  $h$ . b) La cuota de interés en el momento  $h$ . c) La cuota de amortización del capital en el momento  $h$ . d) El capital amortizado hasta el fin del período  $h$ . Ejemplo. Cuadro de amortización.— 449. Límites que impone la realidad financiera a los valores de  $R_1$  y de  $r$ . Gráfico.— 450. Valoración del préstamo en un momento dado  $h$ . Usufructo y nuda propiedad. 1º Valor. 2º Nuda propiedad. 3º Usufructo. 4º Ejemplo.— 451. La amortización por medio de una renta en progresión geométrica. 1º Deuda residual en un momento cualquiera  $h$ . 2º La cuota de interés en el momento  $h$ . 3º La cuota

de amortización del capital en el instante  $h$ . 4º El capital amortizado.— 452. Límites que impone el problema real financiero a los valores de  $R_1$  y de  $q$ .— 453. Valor, nuda propiedad y usufructo de la deuda en un instante  $h$  cualquiera de su vigencia. 1º Valor en el instante  $h$ . 2º Nuda propiedad. 3º Usufructo. Ejemplo. Cuadro de amortización.— 454. El préstamo se extingue mediante cuotas en progresión aritmética, pero es constante la parte de amortización del capital. a) Cuota total. b) Cuota de interés. c) Capital pendiente de reembolso. d) Capital amortizado. e) Valor, nuda propiedad y usufructo en el instante  $h$ . 1º Valor. 2º Nuda propiedad. 3º Usufructo.— 455. En los pagos anuales las partes destinadas a la amortización del capital forman progresión aritmética. Cuota máxima. Capital pendiente. Capital amortizado. Cuota de interés. Cuota de amortización. Ejemplo. Cuadro de amortización.— 456. Cuotas amortizadoras múltiplos de la última. Importe  $A$  del préstamo. Capital pendiente al fin del año  $h$ . Capital amortizado. La cuota anual  $R_h$ . La cuota de interés  $I_h$ .— 457. Amortización igual a una parte alícuota del capital pendiente. La fórmula general de la parte de amortización. El capital pendiente. El capital amortizado. La cuota anual  $R_h$ . La parte de interés  $I_h$ . Ejemplo. Cuadro de amortización.

Capítulo XXIII. *Fórmulas especiales para el cálculo de la tasa en las anualidades* ..... 1189

458. Fórmula de Baily. Deducción para la renta inmediata de pago vencido. Ejemplo.— 459. La fórmula de Baily en las rentas diferidas.— 460. La fórmula de Baily en las rentas anticipadas.— 461. La misma fórmula en las rentas de pago adelantado.— 462. La fórmula de Baily en función del monto. Ejemplo.— 463. Fórmula de Estrugo. Deducción para la renta inmediata de pago vencido. Ejemplo.— 464. La investigación de la tasa haciendo uso de las series.— 465. Utilizando las razones trigonométricas. Ejemplo.— 466. El empleo de la diferencial en la investigación de la tasa. Ejemplo.— 467. Caso en que el número de años o períodos es muy elevado.— 468. Fórmula de Damien. Ejemplo.