

R. G. D. ALLEN

ECONOMIA MATEMATICA

Traducción del inglés a cargo de

CARLOS AGUILAR GONZALEZ

Doctor en Ciencias Económicas

con la colaboración de

HECTOR CORREA

Doctor en Ciencias Económicas

y

ANSELMO CALLEJA

Estadístico Facultativo



AGUILAR

INDICE GENERAL

PREFACIO	<i>Pág.</i>	IX
PREFACIO A LA SEGUNDA EDICIÓN		XI
INTRODUCCIÓN		3
Referencias		6
CAP. I.—EL MODELO DE LA TELARAÑA Y OTROS MODELOS DINÁMICOS SIM- PLES		7
1-1. Notación		7
1-2. El modelo de la telaraña		8
1-3. El modelo simple continuo		13
1-4. Características generales de los modelos		15
1-5. El problema econométrico		19
1-6. Generalización del modelo de la telaraña		21
1-7. Modelos de existencia de "stocks"		23
1-8. Estabilidad del equilibrio del mercado		24
1-9. Retardos en los modelos dinámicos		33
Referencias		42
CAP. II.—KEYNES Y LOS CLÁSICOS: EL MULTIPLICADOR		43
2-1. Variables y relaciones macroeconómicas		43
2-2. Una formulación de la preferencia de liquidez keynesiana		46
2-3. Equilibrio general: modelo de Modigliani		50
2-4. Un modelo dinámico monetario		53
2-5. Modelos macroeconómicos en términos "reales"		56
2-6. El multiplicador estático		58
2-7. Un modelo dinámico del multiplicador		62
2-8. Relación entre ahorro e inversión		68
2-9. Mercados de bienes y de factores		71
Referencias		75
CAP. III.—EL PRINCIPIO DE ACELERACIÓN		76
3-1. Inversión autónoma e inducida		76
3-2. El acelerador		78
3-3. Teoría del crecimiento de Harrod-Domar		81
3-4. El modelo de Phillips del multiplicador		86
3-5. Modelo de Phillips del multiplicador-acelerador		90
3-6. La teoría del desarrollo Harrod-Domar en forma periódica		92
3-7. Modelo de Samuelson-Hicks del multiplicador-acelerador		98
3-8. La posibilidad de un equilibrio progresivo		102
3-9. Inversión distribuida: análisis periódico y continuo		105
Referencias		108

CAP. IV.—ANÁLISIS MATEMÁTICO: NÚMEROS COMPLEJOS	110
4-1. La descripción de oscilaciones	117
4-2. Las funciones trigonométricas	111
4-3. Vectores y números complejos	116
4-4. Formas exponencial y polar de los números complejos	123
4-5. El álgebra de los números complejos	127
4-6. Polinomios y ecuaciones	132
4-7. Funciones sinusoidales y movimiento oscilatorio	138
4-8. Vectores componentes de una función sinusoidal	144
4-9. Derivadas, integrales y combinaciones de variables sinusoidales.	148
Referencias	156
CAP. V.—ANÁLISIS MATEMÁTICO: ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES ...	157
5-1. Ecuaciones diferenciales	157
5-2. Propiedades fundamentales; condiciones iniciales y constantes arbitrarias	160
5-3. Ecuaciones diferenciales lineales: primer orden	165
5-4. Ecuaciones diferenciales lineales: segundo orden	170
5-5. Ecuaciones diferenciales lineales en general	177
5-6. La transformación de Laplace	182
5-7. Resolución de ecuaciones diferenciales mediante la transfor- mación de Laplace	190
5-8. Retardos (exponenciales) distribuidos continuamente	195
5-9. El empleo de $p = \alpha + i\omega$	200
Referencias	205
CAP. VI.—ANÁLISIS MATEMÁTICO: ECUACIONES LINEALES EN DIFERENCIAS FINITAS	206
6-1. Ecuaciones en diferencias finitas	206
6-2. Solución discreta: propiedades fundamentales	209
6-3. Ecuaciones lineales en diferencias finitas: primer orden	215
6-4. Ecuaciones lineales en diferencias finitas: segundo orden	218
6-5. Ecuaciones lineales en diferencias finitas en general	224
6-6. Aplicaciones económicas	229
6-7. Retrasos, retardos distribuidos y el multiplicador-acelerador	235
6-8. Soluciones continuas de ecuaciones en diferencias finitas	241
Referencias	244
CAP. VII.—TEORÍA DE LOS CICLOS ECONÓMICOS: SAMUELSON-HICKS	245
7-1. El modelo simple del multiplicador-acelerador con inversión acumulada	245
7-2. Solución detallada del modelo simple	249
7-3. Interpretación de la solución	254
7-4. Aplicación a la teoría de los ciclos económicos	256
7-5. Ciclos de inventarios	259
7-6. Oscilaciones en la inversión autónoma	262
7-7. Un modelo más general con inversión distribuida	267
7-8. Análisis de la inversión acumulada	269
7-9. Análisis para inversión distribuida	273
Referencias	279

CAP. VIII.—TEORÍA DEL CICLO ECONÓMICO: GOODWIN, KALECKI Y PHILLIPS.	280
8-1. Introducción	280
8-2. Modelo de Goodwin: versión simple	282
8-3. Generalizaciones del modelo de Goodwin	287
8-4. Modelo de Kalecki: primera versión	292
8-5. Solución de la ecuación diferencial y en diferencias finitas ...	295
8-6. Modelo de Kalecki: versión posterior	300
8-7. Modelo de Phillips: regulación económica	304
8-8. Política de estabilización	312
8-9. Algunas ilustraciones de políticas de estabilización	317
Referencias	326
CAP. IX.—REGULACIÓN ECONÓMICA: SISTEMAS DE CONTROL DE CIRCUITO CERRADO	327
9-1. Una representación esquemática	327
9-2. Algunos modelos económicos en forma esquemática	330
9-3. Reacción a un empleo de factores sinusoidal en un modelo lineal	336
9-4. La función de transferencia realimentadora	343
9-5. Variaciones libres en un sistema lineal de circuito cerrado ...	346
9-6. Método de aproximación de los ingenieros: sistemas lineal y no lineal	351
9-7. Regulación en los sistemas de circuito cerrado	354
9-8. Política de estabilización económica	357
Referencias	362
CAP. X.—EL EQUILIBRIO ECONÓMICO GENERAL	363
10-1. Equilibrio del cambio	363
10-2. Equilibrio con coeficientes de producción fijos	366
10-3. Equilibrio general del mercado	369
10-4. Variables y ecuaciones	373
10-5. Estabilidad del equilibrio del mercado	374
10-6. Algunos problemas de estática comparativa	379
10-7. Las funciones de producción	383
10-8. La función de producción como una matriz	387
Referencias	392
CAP. XI.—RELACIONES INTERINDUSTRIALES	394
11-1. El análisis de las industrias por "inputs-outputs"	394
11-2. La matriz de transacciones	395
11-3. Sistema abierto de Leontief	399
11-4. Transacciones en valores monetarios	403
11-5. La matriz de coeficientes de los factores	404
11-6. Solución para el caso de tres industrias	407
11-7. El sistema cerrado de Walras-Leontief	410
11-8. Sistema dinámico de Leontief	414
11-9. Solución dinámica en el caso de dos industrias	417
Referencias	423

CAP. XII.—ANÁLISIS MATEMÁTICO: VECTORES Y MATRICES	424
12-1. Introducción	424
12-2. Ecuaciones lineales y transformaciones	426
12-3. Vectores	429
12-4. El álgebra de vectores	432
12-5. Combinaciones lineales de vectores: conjuntos convexos	436
12-6. Matrices	442
12-7. Vectores y matrices	448
12-8. La notación Σ ; productos internos	450
12-9. Determinantes	454
Referencias	459
 CAP. XIII.—ANÁLISIS MATEMÁTICO: ÁLGEBRA DE MATRICES	 460
13-1. Introducción. Las reglas fundamentales del álgebra	460
13-2. Operaciones con matrices	465
13-3. Igualdad, desigualdad, adición y productos escalares	469
13-4. Multiplicación de matrices	473
13-5. Transpuesta de una matriz	482
13-6. Multiplicación de vectores y matrices	483
13-7. Inversa de una matriz cuadrada: valores determinantes	489
13-8. Característica y equivalencia de las matrices	496
13-9. Matrices cuadradas	502
Referencias	510
 CAP. XIV.—APLICACIONES DEL ÁLGEBRA DE VECTORES Y DE MATRICES	 511
14-1. Combinación y dependencia lineal	511
14-2. Ecuaciones lineales y su solución	517
14-3. Transformaciones lineales	526
14-4. Ecuación característica de una matriz cuadrada	534
14-5. Formas cuadráticas	539
14-6. Estabilidad del equilibrio del mercado	548
14-7. Sistema estático de Leontief	552
14-8. Matrices de transacciones	555
14-9. Sistema dinámico de Leontief	559
Referencias	563
 CAP. XV.—TEORÍA ELEMENTAL DE LOS JUEGOS	 564
15-1. Aplicaciones económicas de la teoría de los juegos	564
15-2. El juego de dos personas y suma cero y su matriz de pagos	565
15-3. Esperanza del juego: estrategias puras y mixtas	570
15-4. Puntos de "minimax" y de silla, y resolución de juegos	573
15-5. Solución de una matriz de pagos de orden 2×2	579
15-6. Resolución gráfica de una matriz de pagos de orden $2 \times n$	584
15-7. El caso general del juego de dos personas y suma cero	589
15-8. Soluciones de juegos particulares	596
15-9. Ejemplos	604
Referencias	610

CAP. XVI.—PROGRAMACIÓN LINEAL	611
16-1. Un ejemplo simple de programación lineal	611
16-2. Ejemplo simple: problema dual	616
16-3. Reducción a la resolución de un juego	618
16-4. El programa lineal general y su dual	622
16-5. Equivalencia de programas lineales generales y juegos de dos personas y suma cero	624
16-6. Programas lineales preparados para el cálculo	627
16-7. Algunas propiedades de los conjuntos convexos	631
16-8. El método simplex de resolución	635
16-9. Solución de un programa lineal simple por el método simplex	638
Referencias	643
 CAP. XVII.—PROGRAMACIÓN DE ACTIVIDADES: DISTRIBUCIÓN DE LOS RECUR- SOS	 644
17-1. Introducción: el equilibrio económico general	644
17-2. El análisis de actividades: conceptos y definiciones	647
17-3. El sistema abierto de Leontief como una programación lineal de actividades	651
17-4. Sustitución en el sistema abierto de Leontief	653
17-5. Representación de posibilidades técnicas	657
17-6. Distribución eficiente: ausencia de limitación en los factores primarios	667
17-7. Los precios y el problema dual	673
17-8. Distribución eficiente: limitaciones de los factores primarios.	677
17-9. Programas temporales: el modelo de crecimiento de von Neu- mann	683
Referencias	690
 CAP. XVIII.—TEORÍA DE LA EMPRESA	 692
18-1. Análisis marginalista: sustitución de factores en la producción.	692
18-2. Producción conjunta	697
18-3. Análisis marginalista frente a programación lineal de la em- presa	703
18-4. La tecnología de la empresa	706
18-5. Dos programas lineales ilustrativos	710
18-6. Programa lineal: factores fijos y precios de productos dados.	719
18-7. El efecto de Ricardo	726
18-8. Programa lineal: proporciones fijas de la demanda	731
18-9. Un ejemplo de especialización	738
Referencias	742
 CAP. XIX.—LA TEORÍA DEL VALOR	 743
19-1. La utilidad: punto de vista ordinal	743
19-2. Demanda del consumidor	747
19-3. Los efectos de renta y de sustitución	750
19-4. Representación gráfica	755

19-5. Mensurabilidad de la utilidad	759
19-6. Las actividades de consumo y la programación lineal	767
19-7. Un programa lineal de tecnología-gustos	771
19-8. Algunos ejemplos	776
Referencias	785
CAP. XX.—EL PROBLEMA DE LA AGREGACIÓN	787
20-1. El problema	787
20-2. Un ejemplo sencillo: agregación respecto a individuos ..	790
20-3. Un ejemplo sencillo: agregación respecto a bienes	795
20-4. Contradicciones entre las microrrelaciones y las macrorrelaciones	798
20-5. Extensión de los ejemplos	804
20-6. Sumación respecto a individuos y a bienes	807
20-7. Caso general: una macrorrelación	811
20-8. La economía del bienestar	815
Referencias	819
APÉND. A.—ALGEBRA DE OPERADORES Y SISTEMAS LINEALES	821
1. Métodos operativos	821
2. Los operadores D y D^{-1}	821
3. Algunos resultados relativos a D	824
4. Solución de una ecuación diferencial	827
5. Los operadores E y E^{-1}	829
6. El operador Δ	831
7. Solución de una ecuación en diferencias	832
8. Ecuaciones y transformaciones lineales	834
9. Modelos lineales	836
APÉND. B.—ALGEBRA DE CONJUNTOS, GRUPOS Y ESPACIOS VECTORIALES ...	838
1. Los conceptos del álgebra moderna	838
Referencias	839
2. Algebra de conjuntos y álgebra de Boole	839
3. Relaciones: funciones, proyecciones y transformaciones	843
4. Equivalencia: homomorfismo e isomorfismo	847
5. Operaciones binarias y de otro tipo	851
6. Grupos	855
7. Campos y anillos	861
8. Espacios vectoriales	864
9. Matrices y transformaciones lineales	870
10. Polinomios	874
APÉND. C.—EJERCICIOS: SOLUCIONES Y ORIENTACIONES	883
INDICE ALFABÉTICO DE AUTORES	921
INDICE ALFABÉTICO DE MATERIAS	923