

Fundamentos de Matemáticas

Contenido

Cap. 1	Introducción	25
	1. Finalidades y Programas del Libro	25
	2. Recomendaciones para el Estudiante	27
Cap. 2	La Lógica, las Matemáticas y la Ciencia	29
	3. Introducción	29
	4. Lógica Deductiva, Verdad y Validez	31
	5. El Carácter Formal de la Lógica Deductiva ...	39
	6. La Lógica Inductiva y la Ciencia Experimental	43
	7. Geometría	45
	8. Matemáticas Puras y Aplicadas	48
	9. Pensamiento Axiomático y Teorías Científicas. Modelos	55
	10. Generalidad y Abstracción	59
	11. El Lenguaje de los Conjuntos	60
	12. Relaciones Binarias	63
	13. Funciones	66
	14. Una Ciencia Matemática Abstracta Simple ...	68

Cap. 3	Los Números más Simples	71
	15. Introducción	71
	16. Números Naturales. Adición e Igualdad	73
	17. Multiplicación de Números Naturales	78
	18. Algunos Teoremas Acerca de los Números Naturales	81
	19. Sustracción y División de Números Naturales	84
	20. Fracciones, Números Racionales, Igualdad ...	88
	21. Multiplicación y División de Números Naturales	94
	22. Adición y Sustracción de Números racionales	98
	23. Algunas Propiedades de los Números Racionales	102
Cap. 4	Evolución del Sistema de los Números	107
	24. Números Dirigidos	107
	25. El Negativo de un Número Dirigido	112
	26. El Sistema de los Números Racionales	115
	27. Potencias y Raíces	117
	28. Desigualdades	119
	29. División con Residuo	122
	30. Axiomas para el Sistema de los Números Racionales	123
	31. La Raíz Cuadrada de Dos	126
	32. El Axioma de Compleción	130
	33. Números Complejos	136
	34. Conclusión	139
Cap. 5	La Lógica del Álgebra	143
	35. El Álgebra de las Funciones	143
	36. Polinomios. Adición y Multiplicación	146
	37. Factorización	149
	38. Funciones Inversas y Raíces	150
	39. Composición y Clasificación de las Funciones	153
	40. Ecuaciones	155
	41. Ecuaciones Lineales	158

	42. Solución de Ecuaciones Cuadráticas por Factorización	160
	43. Ecuaciones Irracionales	161
	44. Solución de Ecuaciones Cuadráticas por Fórmula	162
	45. El Teorema Fundamental del Algebra	164
	46. Fórmulas Algebraicas para las Raíces	165
	47. Sistemas de Ecuaciones Lineales	166
	48. Sistemas de Ecuaciones de Grados Superior ..	168
	49. Problemas que Conducen a la Solución de Ecuaciones	169
Cap. 6	La Computación Aritmética y su Alivio	173
	50. Introducción	173
	51. Operaciones con Numerales Árabigos	174
	52. Otras Escalas de Notación	177
	53. Nuevos Adelantos en la Aritmética	182
	54. Exponentes Enteros Positivos	182
	55. Enteros Negativos y Cero como Exponentes ..	184
	56. Computación con Potencias de Diez	186
	57. Exponentes Fraccionarios	187
	58. Las Funciones Exponenciales y Logarítmicas	190
	59. Logaritmos	193
	60. Logaritmos Comunes	194
	61. Computación con Logaritmos	197
	62. Aplicaciones de los Logaritmos	198
	63. Máquinas Calculadoras. La Regla de Cálculo	200
	64. Computadoras Electrónicas	202
	65. Teoría de la Información	206
Cap. 7	El Algebra de la Lógica y Temas Relacionados	209
	66. El Algebra de los Conjuntos o el Algebra de la Lógica	209
	67. Una Aplicación a la Lógica	212
	68. Algebras Booleanas	214
	69. El Algebra de las Proposiciones. Tablas de Verdad	215

	70. Aplicación a los Circuitos Eléctricos	219
	71. El Número de Elementos de un Conjunto Finito. Medidas	222
	72. Una Aplicación a la Ciencia Política	225
	73. Un Principio Fundamental de Conteo	228
	74. Permutaciones	230
	75. Combinaciones	232
	76. El Teorema del Binomio	234
Cap. 8	Imposibilidades y Problemas no Resueltos	237
	77. Construcción con Regla y Compases	238
	78. Los Problemas de Construcción de la Antigüedad	239
	79. Construcción de Polígonos Regulares. Problemas Acerca de Números Primos	240
	80. Redes o Gráficas Lineales	241
	81. Tres Casas y Tres Pozos	243
	82. Los Siete Puentes de Königsberg	246
	83. El Problema de los Cuatro Colores	246
	84. Acertijos	247
Cap. 9	Geometría Analítica	249
	85. Introducción	249
	86. Geometría en Una Dimensión	251
	87. Geometría en Dos Dimensiones	253
	88. Distancia	255
	89. Punto Medio de un Segmento	257
	90. La Pendiente	259
	91. Demostraciones de Teoremas	263
	92. Gráficas de Ecuaciones y Funciones	264
	93. Ecuación de una Línea Recta	268
	94. Ecuación General de Primer Grado	270
	95. Ecuación de un Círculo	271
	96. La Ecuación General de Segundo Grado	273
	97. La Cuerda Común de dos Círculos que se Cortan	276
	98. Intersección de Dos Curvas	277

99. Solución Gráfica de Ecuaciones	279
100. Gráficas de Desigualdades I	280
101. Gráficas de Desigualdades II: Programación Lineal	282
102. Traslación de Ejes. Invariantes	285
103. La Geometría Analítica como una Interpretación Concreta de los Postulados de la Geometría	288
104. Construcciones con Reglas y Compases	289
105. La Geometría Analítica de más de Dos Dimensiones	289
Cap. 10 Los Límites del Cálculo	293
106. Introducción	293
107. Sucesiones. La Propiedad Arquimedea del Sistema de los Números Reales	294
108. Límite de una Sucesión	296
109. Límite de una Función	300
110. Infinito: El Modo en que Ciertas Funciones Varían	303
111. Tangentes	304
112. La Derivada de una Función	305
113. Razón de Cambio Instantáneo	308
114. Derivación de Polinomios	311
115. Máximos y Mínimos	314
116. Aplicación de Máximos y Mínimos	316
117. Los Números e y π	318
118. Antiderivadas	320
119. La Constante de Integración	322
120. El Area Bajo una Curva	323
121. La Integral Definida	325
122. El Volumen de un Sólido de Revolución	328
123. Series Infinitas	330
124. Conclusión	333
Cap. 11 Las Funciones Trigonométricas	335
125. Introducción	335
126. La Función del Círculo	336

	127. Las Funciones Trigonómicas	338
	128. Medida Angular	340
	129. Aplicaciones	345
	130. Vectores	349
	131. La Solución de los Triángulos Oblicuos	351
	132. Valores Lineales y Nombres de las Funciones Trigonómicas	355
	133. Otras Aplicaciones de las Funciones Trigonómicas	357
Cap. 12	Probabilidad y Estadística	359
	134. Introducción	359
	135. Probabilidad	359
	136. Algunos Teoremas de Probabilidad	363
	137. Probabilidad Condicional. Eventos Independientes. Intentos Repetidos	366
	138. Probabilidad Estadística	370
	139. Un Índice de Poder en las Estructuras Políticas	372
	140. Esperanza Matemática	373
	141. Teoría de los Juegos de Estrategia	374
	142. Estrategias Mixtas	379
	143. La Reducción de los Juegos Matriciales a Programación Lineal	383
	144. La Estadística	385
	145. Exactitud	385
	146. Números Índice	386
	147. Promedios	386
	148. Correlación	390
	149. Muestreo	392
	150. Distribuciones Normales de Frecuencia	393
	151. Ajuste de Curvas	395
	152. Conclusión	395
Cap. 13	Vectores y Matrices	397
	153. Sistemas de Ecuaciones Lineales. Operaciones Pivote	397
	154. Vectores	403

	155. Dependencia Lineal	405
	156. Bases y Dimensiones	407
	157. Producto Interior	409
	158. Matrices	411
	159. La Matriz de una Red	416
	160. El Método del Simplejo para Problemas de Programación Lineal	418
	161. Cadenas de Markov	422
	162. La Inversa de una Matriz Cuadrada	424
Cap. 14	Inducción Matemática	427
	163. Postulados para los Números Naturales	427
	164. Inducción Matemática	430
	165. El Algoritmo Euclidiano	435
	166. El Teorema de la Factorización Unica	438
	167. Conclusión	441
Cap. 15	Números Cardinales, Finitos y Transfinitos	443
	168. El Número Cardinal de un Conjunto	443
	169. Números Cardinales Transfinitos. El Todo y sus Partes	444
	170. La no Numerabilidad del Conjunto de los Nú- meros Reales	448
	171. Los Números Cardinales Finitos	451
Cap. 16	Geometría Euclidiana y no Euclidiana	453
	172. Introducción	453
	173. Un Modelo para la Geometría Lobachevskiana	456
	174. Demostración de Algunos Teoremas en Geo- metría Lobachevskiana	458
	175. Geometría Riemanniana	466
	176. Conclusión	468
Cap. 17	Algunas Ciencias Matemáticas Simples	471
	177. Introducción	471
	178. Grupos	472

	179. Algunos Teoremas Acerca de Grupos	477
	180. Preferencias Individuales y Sociales	478
	181. Consistencia e Independencia	481
Cap. 18	La Naturaleza de las Matemáticas	485
	182. Matemáticas Puras y Aplicadas	485
	183. Las Matemáticas como una Rama del Esfuerzo Humano	488
	Bibliografía	493
	Tabla I. Logaritmos Comunes	501
	Tabla II. Funciones Trigonómicas	503
	Respuestas a los Problemas Impares	505
	Indice	517