

INDICE GENERAL

CAPÍTULO I.

EL NÚMERO ENTERO

	PÁG.
<i>Prólogo</i>	
1. Introducción	1
2. El número natural	1
3. Suma y multiplicación de números naturales	3
4. Ordenación de los números naturales	4
5. Las operaciones inversas: resta y división de números naturales	6
6. Potenciación	7
<i>Ejercicios</i>	8
7. Números enteros	9
8. Suma y multiplicación de números enteros	9
9. Operaciones inversas	11
10. Ordenación de los enteros	11
× 11. Valores absolutos	12
× 12. Potencias de enteros	14
* 13. Fundamentación del número natural y del número entero ...	15
<i>Ejercicios</i>	16
14. Divisibilidad	16
15. Máximo común divisor y mínimo común múltiplo	17
16. División inexacta	18
× 17. Algoritmo de EUCLIDES	20
× 18. Congruencias	23
* 19. Operaciones con congruencias. Congruencia lineal	24
* 20. Indicador de m	26
* 21. Teorema de EULER	27
<i>Ejercicios</i>	28

CAPÍTULO II

EL NÚMERO RACIONAL

× 1. Introducción	31
2. Suma y multiplicación de números racionales	33

	PÁG.
3. Operaciones inversas	35
4. Ordenación de los números racionales	36
5. Valores absolutos	37
6. Potencias. Operaciones con números racionales	37
* 7. Fundamentación del número racional: igualdad	38
* 8. Fundamentación del número racional: suma y multiplicación	38
* 9. Fundamentación del número racional: éstos comprenden los enteros	39
<i>Ejercicios</i>	39
10. Progresiones aritméticas	40
11. Términos equidistantes de los extremos. Suma de una progresión aritmética	41
<i>Ejercicios</i>	43

CAPÍTULO III

EL NÚMERO REAL

1. Introducción. Los irracionales	45
2. Sucesiones de números racionales	46
3. Sucesiones monótonas convergentes	47
4. Propiedades	48
5. Igualdad de pares de sucesiones. El número real	49
6. Desigualdad de números reales. Intervalos	51
7. Suma y multiplicación de números reales	52
8. Operaciones inversas	54
9. Valores absolutos	55
10. Los números racionales como caso particular de los reales ..	55
11. Continuidad de los números reales	56
* 12. Cortaduras de DEDEKIND	58
* 13. Igualdad y desigualdad de cortaduras. Operaciones	58
* 14. Equivalencia de ambas teorías. Otros métodos para los números reales	59
* 15. Conjuntos. Nociones fundamentales	59
<i>Ejercicios</i>	60
16. Potencias y raíces de los números reales	61
17. Potencias de exponente racional	64
18. Variación de las potencias	65
19. Exponentes reales	68
<i>Ejercicios</i>	69
20. Progresiones geométricas	70
21. Suma de una progresión geométrica	70
22. Límites	71
23. Sucesiones fundamentales. Teorema de CAUCHY	74
24. Teoremas sobre límites	74
25. La noción de función	78
<i>Ejercicios</i>	79

CAPÍTULO IV

✕ LOGARITMOS

1. Introducción	81
2. Definición	81
3. Propiedades de los logaritmos	82
4. Cálculo logarítmico	84
5. Cambio de base	85
6. Curva exponencial	86
7. Curva logarítmica	87
8. Logaritmos decimales: característica y mantisa	88
9. Propiedades de los logaritmos decimales	89
10. Tablas de logaritmos	91
11. Uso de las tablas. Problemas fundamentales	92
12. La precisión en la interpolación y su significado geométrico .	95
13. Logaritmos trigonométricos	97
14. Cologaritmos	98
<i>Ejercicios</i>	99
* 15. Logaritmos aditivos y sustractivos	101
16. Ecuaciones exponenciales	102
<i>Ejercicios</i>	103

CAPÍTULO V

✕ EL NÚMERO COMPLEJO

1. Introducción	105
2. Definición	105
3. Representación gráfica. Módulo y argumento	106
✕ 4. Complejos conjugados	107
5. Suma de complejos y sus propiedades	108
6. Sustracción	109
7. Representación gráfica de sumas y diferencias	110
8. Producto por un número real. Propiedades	112
9. Combinación lineal	113
* 10. Forma polar de un complejo	114
11. Multiplicación de complejos	115
12. División de complejos	116
13. Representación gráfica de productos y cocientes	117
14. Simplificación de notaciones. Formas definitivas de los complejos	118
<i>Ejercicios</i>	120
15. Potenciación de complejos	121
16. Potencias negativas	122

	PÁG.
17. Representación gráfica de las potencias	123
18. Raíces de complejos	125
19. Representación gráfica	128
20. Casos especiales de radicación	128
21. Raíces cuadradas en forma binómica	130
22. Raíces de la unidad	132
23. Raíces primitivas de la unidad	133
24. Representación gráfica de las raíces de la unidad	135
<i>Ejercicios</i>	136
25. La función exponencial	137
26. La función logarítmica	138
27. La función potencial	140
28. Propiedades de las potencias	142
<i>Ejercicios</i>	143
29. Funciones en el campo complejo	144
30. Sucesiones de complejos. Límites	145
31. Reducción a límites reales	146
32. Sucesiones fundamentales de números complejos. Teorema de CAUCHY	148
<i>Ejercicios</i>	149

CAPÍTULO VI

COMBINATORIA. BINOMIO DE NEWTON

1. Introducción	151
2. Arreglos o coordinaciones	151
3. Formación de los arreglos	152
4. Número de arreglos	153
5. Permutaciones. Formación	154
6. Número de permutaciones	155
7. Combinaciones. Su formación	156
8. Número de combinaciones	157
9. Propiedades de los números combinatorios	158
10. Triángulo de TARTAGLIA	160
11. Generalización de los números combinatorios	162
<i>Ejercicios</i>	163
12. Arreglos con repetición	167
13. Su formación	167
14. Número de arreglos con repetición	168
15. Permutaciones con repetición. Su número	168
16. Combinaciones con repetición	169
17. Su formación	169
18. Número de combinaciones con repetición	170
19. Permutaciones con grupos de elementos iguales	172
20. Número de permutaciones con elementos iguales	173

	PÁG.
<i>Ejercicios</i>	175
21. Productos de binomios con un término común	176
22. Potencias de un binomio	178
23. Propiedades de los coeficientes	180
<i>Ejercicios</i>	182
24. Fórmula de LEIBNITZ	184
25. El número e	186
<i>Ejercicios</i>	188
26. Sustituciones	190
27. Producto de sustituciones	191
28. Propiedades del producto. Unidad. Inversa	192
29. Grupos de sustituciones	193
30. Sucesiones e inversiones. Paridad de una sustitución	195
31. Grupos simétrico y alternado	196
<i>Ejercicios</i>	198

CAPÍTULO VII

SERIES NUMERICAS

1. Introducción	199
2. Definiciones	199
3. Serie geométrica	204
4. Series de términos positivos	206
5. Criterios de comparación	209
6. Criterios de CAUCHY y D'ALEMBERT	213
7. Otros criterios para series de términos positivos	217
<i>Ejercicios</i>	220
8. Series de términos positivos y negativos	221
9. Series alternadas	226
10. Convergencia absoluta	228
* 11. Series dobles. Producto de series	234
12. Series de términos complejos	238
<i>Ejercicios</i>	240

CAPÍTULO VIII

APROXIMACIONES NUMÉRICAS

1. Introducción	245
2. Errores	245
3. Redondeo. Cifras exactas	247
4. Operaciones aritméticas	248
5. Proceso inverso del cálculo de errores	252

	PÁG.
6. Cálculo de series. Acotación del resto de una serie	254
7. Cálculo de logaritmos	258
* 8. Transformación de series	261
<i>Ejercicios</i>	263

CAPÍTULO IX

ESCALAS Y ÁBACOS CARTESIANOS

1. Relaciones entre dos variables	265
2. Escalas	269
3. Escalas métricas	270
4. Escalas funcionales	272
5. Escalas superpuestas	277
6. Relaciones entre tres variables	279
7. Anamorfosis	284
* 8. Ábacos cartesianos superpuestos	285
<i>Ejercicios</i>	287

CAPÍTULO X

REGLA DE CÁLCULO

1. Escalas superpuestas desplazadas	289
2. Regla de cálculo	291
3. Operaciones con la regla de cálculo. Logaritmos y antilogaritmos: escalas L y D	294
4. Productos y cocientes: escalas C y D (o también A y B) ...	295
5. Escala de inversos, productos y cocientes: escalas D e I	297
6. Cuadrados y raíces cuadradas: escalas D y A (o también C y B)	299
7. Cubos y raíces cúbicas: escalas D y K	300
8. Potencias $3/2$ y $2/3$: escalas A y K	300
9. Seno y tangente de un ángulo	301
10. Problemas con regla de cálculo	302
11. Reglas especiales de cálculo. Escala $\log \log x$	306
<i>Ejercicios</i>	307

CAPÍTULO XI

ÁBACOS DE PUNTOS ALINEADOS

1. Introducción	309
2. Ábacos de tres escalas paralelas	309

	PÁG.
* 3. Abacos de cuatro o más escalas paralelas	314
4. Abacos en N	316
5. Abacos de tres escalas rectilíneas concurrentes	319
6. Abacos de dos escalas paralelas rectilíneas y una escala curvilínea	325
7. Abacos circulares	329
* 8. Relaciones entre cuatro variables	331
<i>Ejercicios</i>	334

CAPÍTULO XII

X POLINOMIOS

1. Operaciones. Expresiones algebraicas	337
2. Polinomios	338
3. Suma y resta de polinomios	340
4. Multiplicación de polinomios	342
5. División de polinomios	343
6. Práctica de la división	346
7. Casos especiales; división de $x^n + a^n$ por $x - a$	348
8. Divisibilidad. Polinomios asociados y normales	350
9. El teorema fundamental de la divisibilidad. Máximo común divisor y mínimo común múltiplo	352
10. Algoritmo de EUCLIDES	354
11. Otra caracterización del m.c.d. Polinomios primos entre sí . <i>Ejercicios</i>	356 358
X 12. División por $x - a$. Teorema del resto	361
X 13. Regla de RUFFINI. División sintética	362
14. Derivada de un polinomio	362
15. Propiedades de las derivadas	365
16. Derivadas sucesivas	368
17. Fórmula de TAYLOR	370
18. Cálculo efectivo de polinomios por la fórmula de TAYLOR. Esquema de HORNER	373 377
<i>Ejercicios</i>	377
19. Polinomios en varias indeterminadas. Definiciones	378
20. Operaciones con polinomios en varias indeterminadas	380
<i>Ejercicios</i>	381

CAPÍTULO XIII

X ECUACIONES ALGEBRAICAS

X 1. Definiciones	383
X 2. Raíces simples y múltiples	384

	PÁG.
x 3. Teorema fundamental del álgebra. Descomposición factorial	385
4. Aplicación de la fórmula de TAYLOR	387
5. Continuidad de los polinomios	388
6. Comportamiento de un polinomio en las cercanías de una raíz	390
7. Teorema de ROLLE	391
8. Raíces complejas de polinomios reales	393
9. Relaciones entre coeficientes y raíces de una ecuación algebraica	395
10. Funciones simétricas	396
11. Expresión por las funciones elementales	399
12. Reducción a una ecuación con raíces simples	402
<i>Ejercicios</i>	404

CAPÍTULO XIV

ECUACIONES CUADRÁTICAS, CÚBICAS Y CUÁRTICAS

1. Ecuación cuadrática	407
2. Polinomio real de segundo grado	409
3. Ecuación cúbica	411
4. Ecuación cuártica	419
<i>Ejercicios</i>	422
x 5. Transformaciones lineales	423
x 6. Transformación lineal: $x = 1/y$. Ecuaciones recíprocas	424
x 7. Transformación lineal: $x = ky$	428
x 8. Transformación lineal: $x = y + k$	429

CAPÍTULO XV

NOCIONES SOBRE NÚMEROS ALGEBRAICOS.
CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS

1. Introducción	431
2. Números algebraicos	432
3. Números trascendentes	433
x * 4. Cuerpos de números algebraicos	433
x * 5. Conjugados	434
* 6. Enteros algebraicos	435
* 7. Campos de integridad de números algebraicos	435
8. Posibilidad de generalizar la Aritmética	436
* 9. Enteros cuadráticos. Enteros de GAUSS	437
* 10. Unidades cuadráticas	437
x * 11. Elementos asociados, primos y compuestos	438
12. La Aritmética en los cuerpos cuadráticos	439
* 13. Los ideales de DEDEKIND	439

	PÁG.
14. Problemas geométricos	440
15. Construcciones euclidianas	440
16. Tratamiento geométrico y tratamiento analítico	440
17. Problemas resolubles euclidianamente	441
18. Los tres problemas famosos	442
19. La cuadratura del círculo	442
20. La duplicación del cubo	442
21. La trisección del ángulo	443
22. Polígonos regulares	443
23. Criterio de GAUSS: caso de n primo	444
24. Criterio de GAUSS: caso general	444

CAPÍTULO XVI

ACOTACIÓN DE RAÍCES

1. Introducción	447
2. Acotación de raíces reales	447
* 3. Cota superior de los módulos de las raíces de una ecuación de coeficientes complejos	452
4. Raíces racionales de una ecuación con coeficientes racionales <i>Ejercicios</i>	453 459

CAPÍTULO XVII

SEPARACIÓN DE RAÍCES REALES

1. Introducción	461
2. Signo de un polinomio	461
3. Teorema de BOLZANO	463
4. Teorema de ROLLE	467
<i>Ejercicios</i>	471
5. Método de STURM	471
<i>Ejercicios</i>	479
* 6. Generalización de la sucesión de STURM	479
7. Teorema de BUDAN - FOURIER	480
8. Regla de los signos de DESCARTES	481

CAPÍTULO XVIII

APROXIMACIÓN DE RAÍCES

1. Cálculo aproximado de raíces reales	483
2. Método de RUFFINI - HORNER	485

	PÁG.
3. Contracción	490
4. Método de NEWTON - RAPHSON - FOURIER	493
5. "Regula falsi" o método de partes proporcionales	500
6. Método mixto: NEWTON - RAPHSON - FOURIER - "Regula falsi"	502
7. Método de iteración	503
8. Método de DANDELIN - GRAEFFE	507
9. Ecuaciones de raíces reales y distintas en valor absoluto ..	510
10. Ecuaciones con un par de raíces complejas	512
11. Ecuaciones con dos pares de raíces complejas	514
<i>Ejercicios</i>	516

CAPÍTULO XIX

INTERPOLACIÓN

1. Introducción	519
2. Interpolación gráfica	519
3. Interpolación parabólica. Fórmula de LAGRANGE	520
4. Error en la interpolación parabólica	524
5. Interpolación parabólica progresiva	525
6. Diferencias sucesivas	528
7. Fórmula de interpolación de NEWTON	533
8. Interpolación lineal. Construcción de tablas	535
9. Interpolación inversa	536
10. Extrapolación	538
11. Otras fórmulas de interpolación	540
<i>Ejercicios</i>	544

CAPÍTULO XX

✧ VECTORES Y ESPACIOS VECTORIALES

1. Introducción	547
2. Vectores en el plano	547
3. Igualdad y suma de vectores en el plano	548
4. Resta. Producto por un número	549
5. Combinación lineal. Dependencia lineal	549
6. Vectores en el espacio	552
7. Operaciones con vectores en el espacio	553
8. Vectores independientes y bases en el espacio	554
<i>Ejercicios</i>	555
9. Generalización. Espacio vectorial n -dimensional	556
10. Igualdad y operaciones con vectores n -dimensionales	556

	PÁG.
11. Propiedades de la igualdad y de las operaciones. Espacios vectoriales	557
12. Definición abstracta de un espacio vectorial	559
13. Dependencia lineal. Combinaciones lineales	559
14. Subespacios. Subespacio generado por varios vectores	561
15. Subespacios, combinaciones lineales y dependencia	562
× 16. Bases de un espacio vectorial	564
17. Teorema de STEINITZ y sus consecuencias	565
◊ 18. Producto escalar	568
19. Propiedades del producto escalar. Generalización	570
<i>Ejercicios</i>	571

CAPÍTULO XXI

DETERMINANTES Y MATRICES

1. Introducción	575
2. Determinante en los sistemas de dos ecuaciones	575
3. Determinantes y matrices en los sistemas de tres ecuaciones	578
4. Definición general de matriz. Filas y columnas	582
5. Determinantes. Definición general	582
6. Primeras propiedades de los determinantes	586
7. Propiedades de los determinantes	588
8. Expresión de los cofactores. Consecuencias	595
9. Subdeterminantes de una matriz	602
10. Complementos y cofactores	603
11. Desarrollo de LAPLACE	604
12. Producto de determinantes	609
<i>Ejercicios</i>	612
13. Característica de una matriz o determinante	618
14. Cálculo de la característica de una matriz	619
15. Significado de la característica de una matriz	621
<i>Ejercicios</i>	622

CAPÍTULO XXII

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

1. Introducción. Ecuaciones lineales	625
2. Caso de una ecuación con una incógnita	626
3. Sistemas de igual número de ecuaciones que de incógnitas, a determinante no nulo. Regla de CRAMER	627
4. Equivalencia de sistemas. Eliminación	630

	<u>PÁG.</u>
5. Eliminación por sustitución	632
6. Eliminación por igualación	634
7. Eliminación por combinación lineal	636
<i>Ejercicios</i>	637
8. Equivalencia de sistemas. Teorema fundamental	638
9. Caso general; sistemas de m ecuaciones con n incógnitas. Teorema de ROUCHÉ-FROBENIUS	640
10. Caso de incompatibilidad	642
11. Caso de compatibilidad. Sistemas determinados	643
12. Resolución de sistemas indeterminados	644
13. Resumen	650
<i>Ejercicios</i>	651
14. Sistemas homogéneos. Solución trivial	653
15. Relación con los sistemas no homogéneos	653
16. Espacio de soluciones de un sistema homogéneo	654
17. Dimensión del espacio de soluciones. Sistemas fundamentales <i>Ejercicios</i>	656 659

CAPÍTULO XXIII

RESOLUCIÓN NUMÉRICA DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

1. Introducción	661
2. Método de los determinantes	662
3. Método pivotal o de CHIO para calcular determinantes	663
4. Método de eliminación de GAUSS	668
5. Método de iteración de GAUSS-SEIDEL	673
* 6. Método de relajación	675
7. Método de los cuadrados mínimos	675
8. Ecuaciones normales	676
<i>Ejercicios</i>	681
<i>Respuestas a ejercicios</i>	683
<i>Bibliografía</i>	711
<i>Índice alfabético</i>	713