

Elba Font de Malugani - Luisa L. Lazzari
Beatriz L. Montero - Silvia E. Thompson
Alicia D. Fraquelli - Teresa Loiácono
Patricia Mouliá - Rolando Wartenberg

Coordinadora: María Teresa Casparri

ALGEBRA

con aplicaciones

a las

Ciencias Económicas



EDICIONES MACCHI

BUENOS AIRES - BOGOTA - CARACAS - MEXICO, DF

ÍNDICE

Prólogo	XI
Prefacio	XIII

Capítulo I

ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS

0. Introducción	1
1. Ley de composición interna	2
1,1. Propiedades usuales de una ley de composición interna y elementos particulares	7
1,1,1. Propiedad asociativa	7
1,1,2. Propiedad conmutativa	10
1,1,3. Propiedad distributiva	12
1,1,4. Elemento neutro	16
1,1,5. Elemento simétrico	17
1,1,6. Elemento regular	19
2. Estructuras algebraicas	26
2,1. Estructura de grupo	26
2,1,1. Propiedades de los grupos	31

2,2. Estructura de cuerpo	36
2,2.1. Propiedades de los cuerpos	37
3. Ley de composición externa	38
3,1. Propiedades usuales de las leyes externas	40
3,1,1. Asociatividad mixta	41
3,1,2. Distributividad respecto de la adición en el cuerpo K	42
3,1,3. Distributividad respecto de la adición en V	43
3,1,4. El elemento unidad del cuerpo es neutro para la ley externa	44
4. Ejercicios propuestos	49
5. Respuesta a ejercicios propuestos	58

Capítulo II

MATRICES Y DETERMINANTES

0. Introducción	65
1. Definición de matriz	68
2. Igualdad de matrices	75
3. Algunas matrices especiales	81
3,1. Matriz nula	81
3,2. Matriz fila	82
3,3. Matriz columna	83
3,4. Matriz traspuesta	84
3,5. Matriz cuadrada	87
3,5,1. Diagonal de una matriz cuadrada	88
3,5,2. Traza de una matriz cuadrada	89
3,6. Matriz diagonal	90
3,7. Matriz escalar	91
3,8. Matriz identidad o unidad	92
3,9. Matriz triangular superior	93

3,10. Matriz triangular inferior	94
3,11. Matriz simétrica	95
3,12. Matriz antisimétrica	96
4. Operaciones con matrices	98
4,1. Adición de matrices del mismo tipo sobre el mismo cuerpo de los reales	98
4,1,1. Propiedades de la adición	100
4,2. Sustracción de matrices	105
4,3. Producto de una matriz por un escalar	106
4,3,1. Propiedades	108
4,4. Multiplicación de matrices	118
4,4,1. Producto de una matriz fila por una matriz columna	118
4,4,2. Producto de una matriz fila por una matriz	119
4,4,3. Producto de una matriz A_{mp} por una matriz B_{pn}	122
4,4,4. Propiedades de la multiplicación de matrices	132
5. Curiosidades en el álgebra matricial	135
6. Potencia de una matriz cuadrada	142
7. ¡Y hay más curiosidades en el álgebra matricial!	144
7,1. Matriz involutiva	146
7,2. Matriz idempotente	147
8. Determinante	147
8,1. Determinante de orden 2	147
8,2. Función determinante de orden n	149
8,3. Propiedades	152
8,4. Desarrollo de un determinante por los elementos de una línea. Regla de LAPLACE	161
8,4,1 Definiciones previas	161
9. Matriz adjunta de una de matriz cuadrada	171
10. Matriz inversa	176
10,1. Unicidad de la matriz inversa	178
10,2. Propiedades	179
10,3. Condición para la existencia de la matriz inversa	180

11. Método de GAUSS-JORDAN (para el cálculo de la inversa de una matriz)	183
12. Rango de una matriz	186
13. Matriz ortogonal	188
13,1. Propiedades	189
14. Ejercicios propuestos	192
15. Respuestas a ejercicios propuestos	207

Capítulo III

SISTEMAS DE ECUACIONES E INECUACIONES LINEALES

1. Ecuaciones lineales	213
1,1. Ecuación lineal con una indeterminada	213
1,2. Ecuaciones con una incógnita	213
1,3. Ecuaciones con dos incógnitas	216
2. Sistemas de ecuaciones lineales	219
2,1. Clasificación	220
2,2. Sistemas equivalentes	221
2,3. Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas	223
2,4. Sistemas de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas	227
3. Sistemas de n ecuaciones con n incógnitas	230
3,1. Método de la matriz inversa	231
3,2. Sistemas de CRAMER	234
3,2,1. Regla de CRAMER	236
3,3. Método de eliminación de GAUSS	246
3,4. Método de GAUSS-JORDAN	258
4. Sistemas de m ecuaciones con n incógnitas	263
4,1. Teorema de ROUCHÉ-FROBENIUS	264

5. Sistemas homogéneos	269
5,1. Clasificación y resolución	269
5,2. Propiedades de los sistemas homogéneos	273
5,3. Relación entre las soluciones de los sistemas.....	275
6. Sistema de ecuaciones. Aplicaciones	279
6,1. Ecuaciones de demanda y de oferta. Punto de equilibrio .	279
6,2. Matriz de insumo-producto (matriz de LEONTIEF)	284
7. Inecuaciones. Sistema de inecuaciones	289
7,1. Propiedades de las desigualdades	289
7,2. Inecuaciones	291
7,2,1. Inecuaciones equivalentes	291
7,3. Inecuaciones lineales con una variable	292
7,4. Inecuaciones lineales con dos variables	293
7,5. Sistemas de inecuaciones	298
8. Ejercicios resueltos	302
9. Ejercicios propuestos	330
10. Respuestas a ejercicios propuestos	348

Capítulo IV

VECTORES Y ESPACIOS VECTORIALES

0. Introducción	361
1. Vectores.....	361
1,1. Vectores en el plano	361
1,1,1. Módulo o norma de un vector	365
1,1,2. Igualdad de vectores	367
1,1,3. Adición de vectores	367
1,1,4. Multiplicación de un escalar por un vector en \mathfrak{R}^2 ...	370

1,2. Vectores en el espacio tridimensional	372
1,2,1. Módulo o norma	374
1,2,2. Igualdad de vectores	375
1,2,3. Adición de vectores	376
1,2,4. Multiplicación de un escalar por un vector en \mathfrak{R}^3 ...	376
1,3. Vectores en el espacio n dimensional	378
1,3,1. Módulo o norma	378
1,3,2. Igualdad de vectores	378
1,3,3. Adición de vectores	379
1,3,4. Multiplicación de un escalar por un vector en \mathfrak{R}^n ...	379
2. Espacio vectorial	380
2,1. Propiedades	384
3. Subespacio	387
3,1. Condición necesaria y suficiente de subespacio vectorial	393
3,2. Espacio solución de sistemas homogéneos	395
4. Combinación lineal	396
4,1. Combinación lineal trivial	400
4,2. Combinación lineal convexa	400
5. Subespacio generado	401
5,1. Conjunto de generadores de un espacio vectorial	407
6. Dependencia e independencia lineal	408
6,1. Propiedades	414
7 Base de un espacio vectorial	419
7,1. Coordenadas de un vector con respecto a una base	423
7,2. Propiedades	427
8. Dimensión de un espacio vectorial	430
8,1. Propiedades	431
9. Cambio de base	432
9,1. Cambio de base en un espacio n-dimensional	437
9,2. Propiedad	438

10. Espacio con producto interior	438
10,1. Producto interior en \mathcal{V}	438
10,2. Producto interior en \mathfrak{R}^n	439
10,3. Norma, distancia y ángulo	440
10,4. Conjunto ortogonal	442
10,5. Conjunto ortonormal	442
11. Aplicaciones económicas	443
11,1. Ingreso y costo	443
11,2. Recta balance	446
11,3. Plano balance	449
12. Ejercicios propuestos	451
13. Respuestas a ejercicios propuestos	467

Capítulo V

INTRODUCCION A LA PROGRAMACION LINEAL

0. Introducción	471
1. Conjuntos convexos	472
1,1. Punto en \mathfrak{R}^n	472
1,2. Segmento en \mathfrak{R}^n	473
1,2,1. Ejemplo con interpretación para aplicación (continuación)	474
1,3. Conjunto convexo en \mathfrak{R}^n	475
1,4. Intersección de conjuntos convexos	476
1,5. Hiperplanos y semiespacios	478
1,6. Conjuntos poliédricos convexos	480
1,7. Vértice de un conjunto poliédrico convexo	481
2. Función lineal de n variables	482
2,1. Propiedades de las funciones lineales	482
2,2. Función lineal definida sobre un segmento	483
2,3. Función lineal definida sobre un conjunto poliédrico convexo	484

3. Conjuntos acotados	485
3,1. Propiedad	485
4. Programación lineal	489
4,1. Características generales	489
4,2. Resolución gráfica	492
4,2,1. Modificaciones al problema original	495
4,3. Resolución numérica = método simplex	496
4,3,1. Síntesis de los pasos del algoritmo	508
4,3,2. Casos particulares	509
4,4. Análisis Post-óptimo	510
4,4,1. Análisis de sensibilidad de los coeficientes de la función objetiva	510
4,4,2. Costo de oportunidad de los productos	512
4,4,3. Contribución marginal de los recursos	514
4,5. Otros tipos de restricciones	515
4,5,1. Restricción de "igualdad"	515
4,5,2. Restricción del tipo mayor o igual	518
4,6. Problema de minimización	521
4,7. Dualidad	526
5. Ejercicio resuelto	537
6. Ejercicios propuestos	540
7. Respuestas a ejercicios propuestos	551
Bibliografía	553