

CÉSAR A. TREJO

MATEMÁTICA GENERAL

volumen **2**

CÁLCULO
DIFERENCIAL
E INTEGRAL

EDITORIAL
KAPELUSZ

Moreno 372 • Buenos Aires

Índice general.

<i>Prólogo</i>	XI
--------------------------	----

CAPÍTULO XI Funciones. Límite y continuidad.

1. Introducción	227
2. Campo de definición	227
3. Funciones uniformes y multiformes	228
4. Parámetros. Curvas de demanda	229
5. Funciones racionales	230
6. Clasificación de las funciones con expresión analítica explícita	231
7. Sucesiones. Límites finitos	231
8. Caso de las sucesiones monótonas. Aplicaciones: número e ; interés continuo	233
9. Límites infinitos	235
10. Límite funcional	237
11. Infinitésimos	239
12. Teoremas sobre cálculo de límites	240
13. El límite de $(\sin x)/x$ para $x \rightarrow 0$	242
14. Continuidad	243
15. Ajustamiento mediante gráficos continuos. Caso de la demanda	244
16. Operaciones con funciones continuas	245
17. Límite infinito y límite para $x \rightarrow \infty$	245
18. Aplicación: función homográfica; determinación de las asíntotas	247
<i>Ejercicios</i>	249
<i>Cuestionario</i>	250

CAPÍTULO XII La derivada.

1. La variación de las funciones	251
2. Incremento y razón incremental	252
3. Noción de derivada	254
4. Interpretación geométrica de la derivada	255
5. Ángulo de dos curvas	255
6. La función derivada	256
7. Aplicación a la función de demanda. Ingresos medio, total y marginal	256
8. Derivada de una constante y de la variable independiente	258
9. Reglas de derivación para operaciones racionales	258

10. Derivada de la función logarítmica	261
11. Función de función. Su derivada	262
12. Método de la derivada logarítmica. Derivadas de las funciones exponencial y potencial	263
13. Elasticidad de una función. Aplicación a la demanda	265
14. Derivadas de las funciones circulares	268
15. Recapitulación sobre el cálculo de derivadas	269
16. Derivada de la función inversa	271
17. Derivadas de las funciones circulares inversas	272
18. Derivadas de las funciones hiperbólicas	273
<i>Ejercicios</i>	274
<i>Cuestionario</i>	275

CAPÍTULO XIII

Aplicaciones de la derivada.

1. Ecuaciones de la tangente y de la normal	277
2. Segmentos tangente y normal	278
3. Crecimiento y decrecimiento en el caso de funciones derivables	280
4. Máximos y mínimos relativos	281
5. Determinación de extremos relativos	282
6. Uso de la derivada segunda cuando no se anula	284
7. Máximo del ingreso total	286
8. Condiciones de almacenaje óptimo	287
9. Concavidad y convexidad. Puntos de inflexión	287
10. Trazado de la gráfica de una función	291
11. Resolución aproximada de ecuaciones: regla de NEWTON-FOURIER; regla falsi	294
<i>Ejercicios</i>	299
<i>Cuestionario</i>	300

CAPÍTULO XIV

Teoremas del valor medio.

Límites indeterminados.

1. Teorema de ROLLE	301
2. Teorema de los incrementos finitos de LAGRANGE	302
3. Tangente y normal a una curva en forma paramétrica	302
4. Teorema del valor medio de CAUCHY	304
5. Las llamadas expresiones indeterminadas. Expresiones de la forma 0/0. Regla de L'HÔPITAL	304
6. Una simplificación. La sustitución de infinitésimos equivalentes	306
7. Dos generalizaciones de la regla de L'HÔPITAL	307
8. Expresiones indeterminadas de otras formas	309
<i>Ejercicios</i>	311
<i>Cuestionario</i>	312

CAPÍTULO XV

Fórmula de Taylor.

Series numéricas y de potencias.

1. Derivadas sucesivas	313
2. Fórmula de MAC-LAURIN	315

3. Demostración de la fórmula de MAC-LAURIN	316
4. Desarrollo de las funciones elementales: e^x ; $\sin x$; $\cos x$; $\ln(1+x)$; $(1+x)^a$	317
5. Fórmula de TAYLOR	320
6. La noción de serie. Sumas parciales. Convergencia y divergencia. Suma de una serie convergente	320
7. Series geométricas. Casos de convergencia y divergencia. Valor de la suma	322
8. Una condición necesaria para la convergencia	323
9. Series alternadas. Criterio de convergencia de LEIBNIZ	324
10. Series de términos positivos. Criterio general de comparación	326
11. Criterio de convergencia de D'ALEMBERT	327
12. Criterio de convergencia de CAUCHY	329
13. Series de términos cualesquiera. Convergencia absoluta y condicional	329
14. Series de potencias	330
15. Intervalo y radio de convergencia	331
16. Desarrollo de funciones en series de potencias	333
17. Series de TAYLOR y de MAC-LAURIN	334
18. Serie binómica	335
19. Desarrollo en serie de las trascendentes elementales: e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$	336
<i>Ejercicios</i>	339
<i>Cuestionario</i>	341

CAPÍTULO XVI Diferencial e integral. Métodos generales de integración.

1. Definición y expresión analítica de la diferencial	343
2. Expresión de la derivada	344
3. Representación geométrica de la diferencial	344
4. Relación con el incremento	345
5. Aproximación mediante diferenciales	346
6. Reglas de diferenciación	348
7. Diferencial de una función de función	349
8. Diferenciales elementales.	349
9. Diferenciales de orden superior	351
10. Expresión de las derivadas sucesivas	352
11. Forma diferencial de la fórmula de TAYLOR	352
12. La función primitiva	353
13. El teorema fundamental del Cálculo integral	353
14. Integrales inmediatas	355
15. Integración por descomposición	357
16. Integración por sustitución	358
17. Integración de monomios en seno y coseno	360
18. Integración por partes	362
<i>Ejercicios</i>	363
<i>Cuestionario</i>	366

CAPÍTULO XVII Integral definida y aplicaciones.

1. Definición de la integral definida	367
2. Interpretación geométrica	368
3. Ejemplos de cálculo directo de integrales definidas	369
4. Áreas positivas y negativas	370
5. Propiedades de la integral	371
6. Teorema del valor medio del Cálculo integral. Valor medio y valor eficaz	372
7. La función área como función primitiva	373
8. Cálculo de la integral definida mediante la primitiva; fórmula de BARROW	374
9. Integrales generalizadas o impropias, con límites infinitos	375
10. Áreas en coordenadas cartesianas	377
11. Cambio de variables en la integral definida	379
12. Cuadratura de curvas en forma paramétrica	380
13. Área de un sector en coordenadas polares	381
14. Volumen de un sólido de revolución	382
15. Longitud de un arco de curva	383
16. Diferencial de arco	385
17. Área de una superficie de revolución	386
18. Curvatura de curvas planas	387
19. Diferencial de arco y curvatura de curvas en forma paramétrica	391
20. Valor actual de una renta continua	391
21. Derivación e integración de series de potencias. Desarrollo de las funciones circulares inversas	392
<i>Ejercicios.</i>	394
<i>Cuestionario.</i>	395

CAPÍTULO XVIII Métodos particulares de integración.
Integración numérica.

1. Introducción	397
2. Descomposición de una función racional en fracciones simples	397
3. Primer caso. El denominador tiene sólo ceros reales y simples	399
4. Segundo caso. El denominador tiene ceros múltiples	401
5. Tercer caso. El denominador tiene ceros complejos	402
6. Funciones racionales en x y $\sqrt[n]{(ax+b)/(cx+d)}$	403
7. Integración de ciertos irracionales cuadráticos	405
8. Integración de funciones racionales de las funciones circulares	411
9. Integración numérica. Fórmula de los trapecios	411
10. Área bajo un arco de parábola	412
11. Fórmula de SIMPSON	413
12. Resto de la fórmula de SIMPSON	414
<i>Ejercicios.</i>	414
<i>Cuestionario.</i>	415

CAPÍTULO XIX Elementos de geometría analítica del espacio.

1. Introducción. Coordenadas cartesianas en el espacio	417
2. Ecuaciones paramétricas de una curva	418
3. Ecuaciones paramétricas de la recta. Cosenos directores	418
4. Ecuación del plano. Superficies cilíndricas	419
5. Formas no-paramétricas de las ecuaciones de la recta	422
6. Ecuaciones de superficies y de curvas	425
7. Cilindros proyectantes de una curva	426
8. Esfera; formas normal y desarrollada; centro y radio	427
9. Superficies de revolución	428
10. Cuádricas	429
<i>Ejercicios.</i>	432
<i>Cuestionario.</i>	434

CAPÍTULO XX Funciones de dos variables. Derivadas y diferenciales. Máximos y mínimos.

1. Funciones de dos variables	435
2. Representación de las funciones	436
3. Límite y continuidad	438
4. Derivadas parciales	438
5. Derivadas sucesivas. Conmutabilidad	439
6. Incremento y diferencial total. Diferenciales parciales	440
7. Derivada de una función compuesta	441
8. Derivada en una dirección	442
9. Plano tangente	443
10. Máximos y mínimos	444
<i>Ejercicios.</i>	446
<i>Cuestionario.</i>	446

CAPÍTULO XXI Integrales paramétricas e integrales múltiples.

1. Integrales dependientes de un parámetro	447
2. Continuidad	448
3. Integración sucesiva	449
4. Derivación de integrales	449
5. Función Gamma	451
6. Integral doble	451
7. Interpretación geométrica	453
8. Reducción a integrales sucesivas	454
9. Cálculo de áreas y volúmenes	455
10. Cambio de variables. Jacobiano	456

11. Integral triple	458
12. Reducción de la integral triple a integrales sucesivas	458
<i>Ejercicios</i>	460
<i>Cuestionario</i>	461

CAPÍTULO XXII

Nociones sobre ecuaciones diferenciales.

1. Conceptos fundamentales	463
2. Ecuaciones con variables separables	464
3. Ecuaciones homogéneas	465
4. Ecuación lineal de primer orden	467
5. Ecuación diferencial exacta	469
6. Ecuaciones lineales de coeficientes constantes	471
7. Ecuación homogénea de segundo orden	473
8. Método de los coeficientes indeterminados para la ecuación completa	475
9. Ecuaciones de orden superior	478
<i>Ejercicios</i>	479
<i>Cuestionario</i>	479
 <i>Respuestas a ejercicios</i>	 XIII
<i>Índice alfabético</i>	XXIII