

ALGEBRA

Y

ELEMENTOS DE GEOMETRIA ANALITICA

HECTOR A. DI CARO

PROFESOR ORDINARIO TITULAR Y DIRECTOR
DE CATEDRA EN LA FACULTAD DE INGENIERIA
DE LA UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES.

PROFESOR ORDINARIO TITULAR Y DIRECTOR
DE AREA EN LA UNIVERSIDAD TECNOLOGICA
NACIONAL.

PROFESOR ORDINARIO TITULAR EN LAS FA-
CULTADES DE CIENCIAS EXACTAS Y DE AGRO-
NOMIA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA
PLATA.

PROFESOR ASOCIADO EN LA FACULTAD DE
CIENCIAS ECONOMICAS DE LA UNIVERSIDAD
DE BUENOS AIRES.

INDICE

TEORIA

Capítulo I: Números reales y aproximaciones numéricas.	
La noción de número y sus ampliaciones.	11
Números naturales.	16
Principio de buena ordenación.	24
Teorema fundamental de la aritmética.	24
Números enteros.	24
Números racionales.	24
Densidad.	27
Propiedad de existencia de raíces n-simas.	27
Números irracionales.	27
Representación decimal de números reales.	29
Números reales.	33
Operaciones con números reales.	34
Otros sistemas de numeración.	40
Aproximaciones numéricas.	42
Errores.	42
Error absoluto.	43
Errores relativo y porcentual.	44
Redondeo, Cifras exactas.	45
Errores absoluto y relativo de operaciones entre números aproximados.	46
Los dos problemas fundamentales del cálculo de errores.	48
Cuestionario de repaso.	50
Capítulo II: Algebra vectorial.	
Introducción: Sistemas de coordenadas.	53
Magnitudes escalares y vectoriales.	60
Vectores.	60
Operaciones con vectores.	62
Proyección de un vector sobre un eje.	65
Combinación lineal de vectores. Concepto de base y dimensión de un espacio de vectores.	66
Expresión de un vector en coordenadas.	67
Ejemplos.	73
Aplicaciones de combinación lineal de vectores. Consecuencias.	74
Dependencia e independencia lineal de vectores.	78
Otras operaciones con vectores.	81
Cuestionario de repaso.	90
Capítulo III: Recta y plano.	
Introducción.	93
Angulo de inclinación y pendiente de una recta.	94
Distintas formas de la ecuación de la recta en el plano.	95
Ecuación vectorial y cartesiana de una recta.	100
Angulo de dos rectas.	103
Angulo de dos rectas en forma vectorial.	105
Posiciones relativas de dos rectas.	107
Familia de líneas rectas.	108
Distancia de recta a punto en el plano.	110
Ecuación del plano en \mathbb{R}^3 .	111

Posiciones particulares del plano con respecto a los ejes y planos coordenados.	118
Angulo de dos planos.	120
Ecuación del haz de planos o familia de planos.	121
Distancia de punto a plano.	122
La recta en el espacio.	123
Ecuación vectorial y cartesiana de la recta en \mathbb{R}^3 .	126
Planos proyectantes de una recta.	128
Angulo de dos rectas en \mathbb{R}^3 . Condiciones de paralelismo y de perpendicularidad entre rectas.	129
Angulo entre recta y plano. Condiciones de paralelismo y de perpendicularidad entre recta y plano.	131
Distancia de recta a punto en \mathbb{R}^3 .	133
Distancia entre dos rectas alabeadas.	136
Cuestionario de repaso.	138
Capítulo IV: Números complejos.	
Necesidad de la creación de los números complejos.	139
Definición de número complejo. Operaciones fundamentales. Propiedades.	139
Diferencia de números complejos.	144
Conjugado de un número complejo.	144
Cociente de números complejos.	144
Representación geométrica. Complejos reales y complejos imaginarios.	145
Ejemplos.	147
Números complejos en forma binómica.	149
Operaciones con números complejos expresados en forma binómica.	151
Módulo de un número complejo.	154
Raíz cuadrada de un número complejo dado en forma binómica.	159
Coordenadas polares. Números complejos dados en forma polar o trigonométrica.	161
Operaciones con números complejos dados en forma polar.	164
Números complejos dados en forma exponencial.	176
Operaciones con números complejos dados en forma exponencial.	177
Logaritmación en \mathbb{C} .	177
Exponencial compleja general.	180
Cuestionario de repaso.	181
Capítulo V: Combinatoria.	
Introducción.	183
Cálculo combinatorio.	186
Variaciones simples.	187
Permutaciones simples.	192
Combinaciones simples.	194
Otros ejemplos.	195
Números combinatorios.	197
Propiedades de los números combinatorios.	198
Triángulo aritmético.	200
Potencia de un binomio: Binomio de Newton.	203
Término general en el desarrollo de Newton.	208
Aplicación del binomio de Newton: Ley del crecimiento continuo.	210
Combinatoria con repetición.	212
Variaciones con repetición.	212
Permutaciones con repetición.	215
Combinaciones con repetición.	216
Potencia de un polinomio: Fórmula de Leibniz.	219
Cuestionario de repaso.	221
Capítulo VI: Matrices y Determinantes.	
Introducción.	223
Matrices.	223

Operaciones con matrices.	227
Producto de matrices. Propiedades.	232
Matrices particionadas y fundamento de la multiplicación matricial.	237
Potencias de una matriz.	241
Matrices especiales.	242
Traza de una matriz.	247
Rango de una matriz.	248
Matrices equivalentes.	249
Determinación del rango de una matriz.	249
Determinantes de la inversa de una matriz.	253
Determinantes. Definición.	255
Menor complementario. Adjunto o cofactor.	257
Desarrollo de un determinante por elementos de una línea.	258
Propiedades de los determinantes.	259
Regla de Chío.	265
Determinante de Bandermonde.	265
Cálculo del rango de una matriz aplicando determinantes.	268
Matriz cofactor.	271
Obtención de la matriz inversa aplicando la traspuesta de la matriz cofactor.	271
Cuestionario de repaso.	274

PRACTICA

Capítulo I: Números reales y aproximaciones numéricas

Principio de inducción completa.	1
Operaciones con números reales.	5
Identidades y desigualdades algebraicas.	9
Ejercicios propuestos.	19

Capítulo II; Algebra vectorial

Vectores y escalares.	24
Vectores sobre la recta numérica.	25
Vectores en el plano.	27
Vectores en el espacio.	36
Ejercicios propuestos.	47

Capítulo III: Recta y plano

La recta en el plano.	49
El plano.	57
La recta en el espacio.	62

Capítulo IV: Números Complejos

79

Capítulo V: Combinatoria

Combinatoria simple.	103
Binomio de Newton.	113
Fórmula de Leibniz.	118
Ejercicios propuestos.	123

Capítulo VI: Matrices y determinantes

127

Respuestas a los ejercicios propuestos.

157

Apéndice I

Repaso de conceptos trigonométricos.	167
--------------------------------------	-----

Temas correspondientes al Tomo II.

179