

# Optimización dinámica

**EMILIO CERDÁ TENA**

Catedrático de Análisis Económico

*Universidad Complutense de Madrid*



Madrid • México • Santafé de Bogotá • Buenos Aires • Caracas • Lima • Montevideo  
San Juan • San José • Santiago • São Paulo • White Plains

# Contenidos

<b>Prólogo</b>	<b>xi</b>
<b>I Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>3</b>
1.1 Optimización dinámica . . . . .	3
1.2 Breve historia de la optimización dinámica . . . . .	7
1.3 Descuento . . . . .	9
1.4 Ejercicios propuestos . . . . .	15
<b>II Cálculo de variaciones</b>	<b>17</b>
<b>2 El problema básico</b>	<b>19</b>
2.1 El problema de la braquistócrona . . . . .	19
2.2 Formulación del problema de cálculo de variaciones . . . . .	23
2.3 Condiciones necesarias de optimalidad . . . . .	28
2.4 Diferentes tipos de condiciones finales . . . . .	44
2.5 Condiciones suficientes . . . . .	62
2.6 Interpretación económica de las condiciones de optimalidad . . . . .	64
2.7 Ejercicios propuestos . . . . .	68
<b>3 Varias funciones</b>	<b>71</b>
3.1 Un funcional objetivo más general . . . . .	71
3.2 Caso de n funciones . . . . .	75
3.3 Problemas con restricciones . . . . .	84
3.4 Funcionales que dependen de derivadas de orden mayor que 1 . . . . .	98
3.5 Ejercicios propuestos . . . . .	103

<b>III</b>	<b>Control óptimo en tiempo continuo</b>	<b>107</b>
<b>4</b>	<b>El principio del máximo</b>	<b>109</b>
4.1	Planteamiento del problema de control óptimo en tiempo continuo . . . . .	109
4.2	Diferentes formas que puede tener el funcional objetivo . . . . .	115
4.3	El principio del máximo de Pontryagin . . . . .	118
4.4	Demostración del principio del máximo, utilizando métodos variacionales . . . . .	132
4.5	Interpretación económica del principio del máximo . . . . .	135
4.6	Condiciones suficientes . . . . .	138
4.7	Ejercicios propuestos . . . . .	150
<b>5</b>	<b>Extensiones</b>	<b>153</b>
5.1	Diferentes tipos de condiciones finales . . . . .	153
5.2	Relación entre cálculo de variaciones y control óptimo . . . . .	173
5.3	Control bang-bang . . . . .	176
5.4	Problema de control óptimo de un sistema lineal con funcional objetivo cuadrático . . . . .	183
5.5	Hamiltoniano “valor presente” . . . . .	185
5.6	Horizonte temporal infinito . . . . .	189
5.7	Ejercicios propuestos . . . . .	201
5.8	Apéndice. Demostraciones . . . . .	204
<b>IV</b>	<b>Control óptimo en tiempo discreto</b>	<b>213</b>
<b>6</b>	<b>Programación dinámica</b>	<b>215</b>
6.1	Planteamiento del problema de control óptimo en tiempo discreto . . . . .	215
6.2	La programación dinámica . . . . .	217
6.3	Ejemplos de aplicación de la programación dinámica . . . . .	225
6.4	Problema de control de un sistema lineal, con objetivo cuadrático, en tiempo discreto . . . . .	244
6.5	La programación dinámica para problemas de control en tiempo continuo . . . . .	249
6.6	Ejercicios propuestos . . . . .	253
<b>7</b>	<b>Otros métodos en tiempo discreto</b>	<b>257</b>
7.1	Descuento en el problema de control óptimo en tiempo discreto . . . . .	257
7.2	El problema de control óptimo en tiempo discreto con horizonte temporal infinito . . . . .	261
7.3	Resolución del problema de control óptimo en tiempo discreto por el método de los multiplicadores de Lagrange . . . . .	270
7.4	Resolución del problema de control óptimo en tiempo discreto por programación matemática . . . . .	284
7.5	Ejercicios propuestos . . . . .	292

<b>Apéndice A Control estocástico en tiempo discreto</b>	<b>295</b>
A.1 Introducción . . . . .	295
A.2 Enunciado del problema . . . . .	296
A.3 Solución al problema formulado mediante programación dinámica . . . . .	299
A.4 Problema de control estocástico de un sistema lineal, con objetivo cuadrático . . . . .	306
A.5 Principio de equivalencia cierta . . . . .	312
A.6 Controles en bucle cerrado y en bucle abierto . . . . .	316
A.7 Ejercicios propuestos . . . . .	316
<b>Índice analítico</b>	<b>319</b>