

# Métodos fundamentales de economía matemática

Alpha C. Chiang

Amorrortu editores  
Buenos Aires



Centro Regional de Ayuda Técnica  
Agencia para el Desarrollo Internacional (A. I. D.)  
México/Buenos Aires

# Índice

9	Prólogo
13	<b>Primera parte. Introducción</b>
15	<b>1. La naturaleza de la economía matemática</b>
15	1.1 La economía matemática frente a la no matemática
18	1.2 La economía matemática frente a la econometría
20	<b>2. Modelos económicos</b>
20	2.1 Elementos constitutivos de un modelo matemático
22	2.2 El sistema de los números reales
24	2.3 El concepto de conjunto
30	2.4 Relaciones y funciones
36	2.5 Tipos de funciones
43	2.6 Funciones de dos o más variables independientes
45	2.7 El nivel de generalidad
47	<b>Segunda parte. Análisis estático (o de equilibrio)</b>
49	<b>3. El análisis de equilibrio en la economía</b>
49	3.1 El significado de equilibrio
50	3.2 Equilibrio parcial de mercado: un modelo lineal
54	3.3 Equilibrio parcial de mercado: un modelo no lineal
59	3.4 Equilibrio general de mercado
66	3.5 El equilibrio en el análisis del ingreso nacional
69	<b>4. Modelos lineales y álgebra matricial</b>
70	4.1 Matrices y vectores
73	4.2 El álgebra de matrices
80	4.3 Notas acerca del álgebra de vectores
89	4.4 Las leyes conmutativa, asociativa y distributiva
93	4.5 Matrices identidad y matrices nulas
96	4.6 Transpuestas e inversas
102	<b>5. Modelos lineales y álgebra matricial (continuación)</b>
102	5.1 Condiciones para la falta de singularidad de una matriz
106	5.2 Prueba de falta de singularidad mediante el empleo de determinantes

112	5.3	Propiedades básicas de los determinantes
117	5.4	Determinación de la matriz inversa
122	5.5	Regla de Cramer
126	5.6	Aplicación a los modelos de mercado e ingreso nacional
129	5.7	Modelos de insumo-producto de Leontief
137	5.8	Limitaciones del análisis estático

### 139 **Tercera parte. Análisis estático-comparativo**

141	<b>6.</b>	<b>La estática comparativa y el concepto de derivadas</b>
141	6.1	La naturaleza de la estática comparativa
142	6.2	Tasa de cambio y derivada
145	6.3	La derivada y la pendiente de una curva
146	6.4	El concepto de límite
154	6.5	Digresión acerca de desigualdades y valores absolutos
158	6.6	Teoremas de límite
161	6.7	Continuidad y diferenciabilidad de una función
168	<b>7.</b>	<b>Reglas de diferenciación y su uso en la estática comparativa</b>
168	7.1	Reglas de diferenciación para una función de una variable
172	7.2	Reglas de diferenciación que abarcan dos o más funciones de la misma variable
182	7.3	Reglas de diferenciación para funciones de variables diferentes
187	7.4	Diferenciación parcial
191	7.5	Aplicaciones del análisis estático-comparativo
197	7.6	Nota sobre los determinantes jacobianos
200	<b>8.</b>	<b>Análisis estático-comparativo de modelos de funciones generales</b>
201	8.1	Diferenciales
206	8.2	Diferenciales totales
208	8.3	Reglas de diferenciales
211	8.4	Derivadas totales de funciones compuestas
216	8.5	Derivadas de funciones implícitas
222	8.6	Estática comparativa de modelos de funciones generales
233	8.7	Limitaciones de la estática comparativa

## 235 Cuarta parte. Problemas de optimización

- 237 **9. Optimización: una variedad especial del análisis de equilibrio**
- 237 9.1 Valores óptimos y valores extremos
  - 239 9.2 Máximo y mínimo relativo: la prueba de la primera derivada
  - 245 9.3 Derivadas segunda y superiores
  - 250 9.4 Prueba de la segunda derivada
  - 259 9.5 Digresión acerca de las series de Maclaurin y Taylor
  - 267 9.6 Prueba de la derivada de grado enésimo para el extremo relativo de una función de una variable
- 272 **10. Funciones exponenciales y logarítmicas**
- 273 10.1 La naturaleza de las funciones exponenciales
  - 278 10.2 Funciones exponenciales naturales y el problema del crecimiento
  - 286 10.3 Logaritmos
  - 292 10.4 Funciones logarítmicas
  - 296 10.5 Las derivadas de las funciones exponenciales y logarítmicas
  - 303 10.6 La optimización en el tiempo
  - 307 10.7 Otras aplicaciones de las derivadas exponenciales y logarítmicas
- 312 **11. El caso de más de una variable de elección**
- 312 11.1 Derivadas parciales de segundo orden y diferenciales totales
  - 316 11.2 Valores extremos de una función de dos variables
  - 323 11.3 Formas cuadráticas: una digresión
  - 330 11.4 Funciones objetivo con más de dos variables
  - 336 11.5 Ejemplos económicos
  - 347 11.6 Aspectos estático-comparativos de la optimización
- 352 **12. Optimización restringida**
- 352 12.1 Efectos de una restricción
  - 354 12.2 Establecimiento de los valores críticos
  - 360 12.3 Condición de segundo orden
  - 366 12.4 Maximización de la utilidad y demanda del consumidor
  - 375 12.5 Nota acerca de las funciones homogéneas
  - 382 12.6 Combinación de mínimo costo de los insumos
  - 390 12.7 Algunas observaciones finales

393 **Quinta parte. Análisis dinámico**

395 **13. Dinámica económica y cálculo integral**

396 13.1 Dinámica e integración

397 13.2 Integrales indefinidas

405 13.3 Integrales definidas

414 13.4 Integrales impropias

417 13.5 Algunas aplicaciones económicas de las integrales

425 13.6 Modelo de crecimiento de Domar

430 **14. Tiempo continuo: ecuaciones diferenciales de primer orden**

430 14.1 Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden con coeficientes y términos constantes

435 14.2 Dinámica del precio del mercado

439 14.3 Coeficiente variable y término variable

446 14.4 Versión «no-constante» del modelo de Domar

448 14.5 Ecuaciones diferenciales no lineales de primer orden y de primer grado

453 14.6 El método gráfico cualitativo

457 14.7 Modelo de crecimiento de Solow

462 **15. Ecuaciones diferenciales de orden superior**

462 (15.1) Ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden con coeficientes y término constantes

471 15.2 Modelo de «la carga de la deuda» de Domar

475 15.3 Números complejos y funciones circulares

489 15.4 Análisis del caso de la raíz compleja

494 15.5 Un modelo de mercado con expectativas de precio

500 15.6 Ecuaciones diferenciales con un término variable

503 15.7 Ecuaciones diferenciales lineales de orden superior

508 (16) **16. El tiempo como variable discreta: ecuaciones en diferencia de primer orden**

508 16.1 El tiempo como variable discreta: diferencias y ecuaciones en diferencia

510 16.2 Resolución de una ecuación en diferencia de primer orden

517 16.3 Estabilidad dinámica del equilibrio

521 16.4 El modelo de la telaraña

- 526 16.5 Un modelo de mercado con inventario
- 530 16.6 Ecuaciones en diferencia no lineales y la solución gráfica cualitativa
- 537 **17. Ecuaciones en diferencia de orden superior y modelos dinámicos con ecuaciones simultáneas**
- 538 17.1 Ecuaciones en diferencia de segundo orden lineales con coeficientes y término constantes
- 546 17.2 Modelo de Samuelson de la interacción entre el multiplicador y el acelerador
- 552 17.3 Generalizaciones para término variable y ecuaciones de orden superior
- 559 17.4 Ecuaciones en diferencia y diferenciales simultáneas
- 568 17.5 Modelos dinámicos de insumo-producto
- 576 17.6 Limitaciones del análisis dinámico
- 579 **Sexta parte. Programación lineal y teoría de los juegos**
- 581 **18. Programación lineal**
- 581 18.1 Ejemplos simples de programación lineal
- 592 18.2 Formulación general de los programas lineales
- 596 18.3 Conjuntos convexos
- 605 18.4 El método símplex: ubicación de los puntos extremos
- 611 18.5 El método símplex: ubicación del punto extremo óptimo
- 618 18.6 Notas adicionales sobre el método símplex
- 625 **19. Programación lineal (continuación)**
- 625 19.1 Dualidad
- 632 19.2 Interpretación económica de un dual
- 635 19.3 Análisis de actividad: nivel microeconómico
- 646 19.4 Análisis de actividad: nivel macroeconómico
- 653 **20. Teoría de los juegos**
- 653 20.1 Conceptos básicos de la teoría de los juegos
- 658 20.2 Soluciones de juegos rectangulares basadas en el punto de ensilladura
- 664 20.3 Estrategia mixta: caso en que no hay punto de ensilladura
- 672 20.4 El juego rectangular como un programa lineal

- 678 20.5 Nuevamente la dualidad
- 681 20.6 Limitaciones de la programación lineal y de la teoría de los juegos

**683 Apéndice. Soluciones de los ejercicios**

- 789 Alfabeto griego
- 791 Lecturas escogidas