

Métodos fundamentales de economía matemática

Cuarta edición

Alpha C. Chiang

*Profesor emérito
University of Connecticut*

Kevin Wainwright

*British Columbia Institute of
Technology and
Simon Fraser University*

Traducción

Francisco Sánchez Frago

Raúl Arriola Juárez

Traductores profesionales

Revisión técnica

Andrés González Nucamendi

*Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey
Campus Ciudad de México*

Filadelfo León Cázares

*Universidad de Guadalajara
Centro Universitario de Ciencias Económico-Administrativas*



MÉXICO • BOGOTÁ • BUENOS AIRES • CARACAS • GUATEMALA • LISBOA
MADRID • NUEVA YORK • SAN JUAN • SANTIAGO
AUCKLAND • LONDRES • MILÁN • MONTREAL • NUEVA DELHI
SAN FRANCISCO • SINGAPUR • ST. LOUIS • SIDNEY • TORONTO

Contenido

PARTE UNO

INTRODUCCIÓN 1

Capítulo 1

Naturaleza de la economía matemática 2

- 1.1 Economía matemática *versus* economía no matemática 2
- 1.2 Economía matemática *versus* econometría 4

Capítulo 2

Modelos económicos 5

- 2.1 Elementos de un modelo matemático 5
 - Variables, constantes y parámetros* 5
 - Ecuaciones e identidades* 6
- 2.2 Sistema de números reales 7
- 2.3 Concepto de conjuntos 8
 - Notación de conjuntos* 9
 - Relaciones entre conjuntos* 9
 - Operaciones con conjuntos* 11
 - Leyes de operaciones con conjuntos* 12
 - Ejercicio 2.3* 14
- 2.4 Relaciones y funciones 15
 - Pares ordenados* 15
 - Relaciones y funciones* 16
 - Ejercicio 2.4* 19
- 2.5 Tipos de función 20
 - Funciones constantes* 20
 - Funciones polinomiales* 20
 - Funciones racionales* 21
 - Funciones no algebraicas* 23
 - Digresión acerca de exponentes* 23
 - Ejercicio 2.5* 24
- 2.6 Funciones de dos o más variables independientes 25
- 2.7 Niveles de generalidad 27

PARTE DOS

ANÁLISIS ESTÁTICO (O DE EQUILIBRIO) 29

Capítulo 3

Análisis de equilibrio en economía 30

- 3.1 El significado de equilibrio 30
- 3.2 Equilibrio de mercado parcial: un modelo lineal 31
 - Construcción del modelo* 31
 - Solución mediante eliminación de variables* 33
 - Ejercicio 3.2* 34
- 3.3 Equilibrio de mercado parcial: un modelo no lineal 35
 - Ecuación cuadrática versus función cuadrática* 35
 - Fórmula cuadrática* 36
 - Otra solución gráfica* 37
 - Ecuaciones polinomiales de grado superior* 38
 - Ejercicio 3.3* 40
- 3.4 Equilibrio general de mercado 40
 - Modelo de mercado de dos artículos* 41
 - Ejemplo numérico* 42
 - Caso de n artículos* 43
 - Solución de un sistema general de ecuaciones* 44
 - Ejercicio 3.4* 45
- 3.5 Equilibrio en el análisis de ingreso nacional 46
 - Ejercicio 3.5* 47

Capítulo 4

Modelos lineales y álgebra de matrices 48

- 4.1 Matrices y vectores 49
 - Matrices como arreglos* 49
 - Vectores como matrices especiales* 50
 - Ejercicio 4.1* 51
- 4.2 Operaciones con matrices 51
 - Suma y resta de matrices* 51
 - Multipliación escalar* 52

- Multiplicación de matrices* 53
 - El asunto de la división* 56
 - Notación Σ* 56
 - Ejercicio 4.2* 58
- 4.3 Notas sobre operaciones con vectores 59
 - Multiplicación de vectores* 59
 - Interpretación geométrica de operaciones con vectores* 60
 - Dependencia lineal* 62
 - Espacio vectorial* 63
 - Ejercicio 4.3* 65
- 4.4 Leyes conmutativa, asociativa y distributiva 67
 - Suma de matrices* 67
 - Multiplicación de matrices* 68
 - Ejercicio 4.4* 69
- 4.5 Matrices identidad y matrices nulas 70
 - Matrices identidad* 70
 - Matrices nulas* 71
 - Características del álgebra de matrices* 72
 - Ejercicio 4.5* 72
- 4.6 Transpuestas e inversas 73
 - Propiedades de las transpuestas* 74
 - Inversas y sus propiedades* 75
 - Matriz inversa y solución de sistemas de ecuaciones lineales* 77
 - Ejercicio 4.6* 78
- 4.7 Cadenas de Markov finitas 78
 - Caso especial: cadenas absorbentes de Markov* 81
 - Ejercicio 4.7* 81

Capítulo 5

Modelos lineales y álgebra de matrices (continuación) 82

- 5.1 Condiciones de la no singularidad de una matriz 82

- Condiciones necesarias versus suficientes* 82
 - Condiciones de no singularidad* 84
 - Rango de una matriz* 85
 - Ejercicio 5.1* 87

- 5.2 Prueba de no singularidad mediante el uso del determinante 88

- Determinantes y no singularidad* 88
 - Evaluación de un determinante de tercer orden* 89
 - Evaluación de un determinante de n -ésimo orden mediante la expansión de Laplace* 91
 - Ejercicio 5.2* 93

- 5.3 Propiedades básicas de determinantes 94
 - Criterio del determinante en relación con la no singularidad* 96
 - Redefinición del rango de una matriz* 97
 - Ejercicio 5.3* 98
- 5.4 Obtención de la matriz inversa 99
 - Expansión de un determinante por cofactores ajenos* 99
 - Inversión de matriz* 100
 - Ejercicio 5.4* 102
- 5.5 Regla de Cramer 103
 - Deducción de la regla* 103
 - Nota acerca de los sistemas de ecuaciones homogéneas* 105
 - Tipos de solución para un sistema de ecuaciones lineales* 106
 - Ejercicio 5.5* 107
- 5.6 Aplicación a modelos de mercado y de ingreso nacional 107
 - Modelo de mercado* 107
 - Modelo de ingreso nacional* 108
 - Modelo IS-LM: economía cerrada* 109
 - Álgebra de matrices versus eliminación de variables* 111
 - Ejercicio 5.6* 111
- 5.7 Modelos de Leontief de insumo-producto 112
 - Estructura de un modelo de insumo-producto* 112
 - Modelo abierto* 113
 - Un ejemplo numérico* 115
 - Existencia de soluciones no negativas* 116
 - Significado económico de la condición de Hawkins-Simon* 118
 - Modelo cerrado* 119
 - Ejercicio 5.7* 120
- 5.8 Limitaciones del análisis estático 120

PARTE TRES ANÁLISIS ESTÁTICO COMPARATIVO 123

Capítulo 6

Estática comparativa y el concepto de derivada 124

- 6.1 Naturaleza de la estática comparativa 124
- 6.2 La tasa de cambio y la derivada 125
 - Cociente de diferencias* 125

	<i>Derivada</i>	126
	<i>Ejercicio 6.2</i>	127
6.3	Derivada y pendiente de una curva	128
6.4	Concepto de límite	129
	<i>Límite izquierdo y límite derecho</i>	129
	<i>Ilustraciones gráficas</i>	130
	<i>Evaluación de un límite</i>	131
	<i>Punto de vista formal del concepto de límite</i>	133
	<i>Ejercicio 6.4</i>	135
6.5	Digresión acerca de desigualdades y valores absolutos	136
	<i>Reglas de desigualdades</i>	136
	<i>Valores absolutos y desigualdades</i>	137
	<i>Solución de una desigualdad</i>	138
	<i>Ejercicio 6.5</i>	139
6.6	Teoremas de límites	139
	<i>Teoremas en los que interviene una sola función</i>	139
	<i>Teoremas en los que intervienen dos funciones</i>	140
	<i>Límite de una función polinomial</i>	141
	<i>Ejercicio 6.6</i>	141
6.7	Continuidad y diferenciabilidad de una función	141
	<i>Continuidad de una función</i>	141
	<i>Funciones polinomiales y racionales</i>	142
	<i>Diferenciabilidad de una función</i>	143
	<i>Ejercicio 6.7</i>	146

Capítulo 7

Reglas de diferenciación y su uso en estática comparativa 148

7.1	Reglas de diferenciación para una función de una variable	148
	<i>Regla de función constante</i>	148
	<i>Regla de la función potencia</i>	149
	<i>Regla generalizada de la función potencia</i>	151
	<i>Ejercicio 7.1</i>	152
7.2	Reglas de diferenciación con dos o más funciones de la misma variable	152
	<i>Regla de la suma o de la diferencia</i>	152
	<i>Regla del producto</i>	155
	<i>Determinación de la función de ingreso marginal a partir de la función de ingreso promedio</i>	156
	<i>Regla del cociente</i>	158
	<i>Relación entre las funciones de costo marginal y costo promedio</i>	159
	<i>Ejercicio 7.2</i>	160

7.3	Reglas de diferenciación para funciones de variables diferentes	161
	<i>Regla de la cadena</i>	161
	<i>Regla de la función inversa</i>	163
	<i>Ejercicio 7.3</i>	165
7.4	Diferenciación parcial	165
	<i>Derivadas parciales</i>	165
	<i>Técnicas de diferenciación parcial</i>	166
	<i>Interpretación geométrica de las derivadas parciales</i>	167
	<i>Vector gradiente</i>	168
	<i>Ejercicio 7.4</i>	169
7.5	Aplicaciones al análisis estático comparativo	170
	<i>Modelo de mercado</i>	170
	<i>Modelo de ingreso nacional</i>	172
	<i>Modelo de insumo producto</i>	173
	<i>Ejercicio 7.5</i>	175
7.6	Nota acerca de los determinantes jacobianos	175
	<i>Ejercicio 7.6</i>	177

Capítulo 8

Análisis estático comparativo de modelos con funciones generales 178

8.1	Diferenciales	179
	<i>Diferenciales y derivadas</i>	179
	<i>Diferenciales y elasticidad puntual</i>	181
	<i>Ejercicio 8.1</i>	184
8.2	Diferenciales totales	184
	<i>Ejercicio 8.2</i>	186
8.3	Reglas de diferenciales	187
	<i>Ejercicio 8.3</i>	189
8.4	Derivadas totales	189
	<i>Determinación de la derivada total</i>	189
	<i>Una variación sobre el mismo tema</i>	191
	<i>Otra variación sobre el mismo tema</i>	192
	<i>Algunas observaciones generales</i>	193
	<i>Ejercicio 8.4</i>	193
8.5	Derivadas de funciones implícitas	194
	<i>Funciones implícitas</i>	194
	<i>Derivadas de funciones implícitas</i>	196
	<i>Extensión al caso de ecuaciones simultáneas</i>	199
	<i>Ejercicio 8.5</i>	204

- 8.6** Estática comparativa de modelos de funciones generales 205
Modelo de mercado 205
Método de ecuaciones simultáneas 207
Uso de derivadas totales 209
Modelo de ingreso nacional (IS-LM) 210
Ampliación del modelo: economía abierta 213
Resumen del procedimiento 216
Ejercicio 8.6 217
- 8.7** Limitaciones de la estática comparativa 218

PARTE CUATRO

PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN 219

Capítulo 9

Optimización: una variedad especial de análisis de equilibrio 220

- 9.1** Valores óptimos y valores extremos 221
- 9.2** Máximo y mínimo relativo: criterio de la primera derivada 222
Extremo relativo en relación con extremo absoluto 222
Criterio de la primera derivada 223
Ejercicio 9.2 226
- 9.3** Derivada segunda y derivadas de orden superior 227
Derivada de una derivada 227
Interpretación de la segunda derivada 229
Una aplicación 231
Actitudes hacia el riesgo 231
Ejercicio 9.3 233
- 9.4** Criterio de la segunda derivada 233
Condiciones necesarias en relación con suficientes 234
Condiciones para la maximización de la ganancia 235
Coefficientes de una función de costo total cúbica 238
Curva de ingreso marginal con pendiente ascendente 240
Ejercicio 9.4 241
- 9.5** Series de Maclaurin y series de Taylor 242
Serie de Maclaurin de una función polinomial 242
Serie de Taylor de una función polinomial 244
Expansión de una función arbitraria 245

Forma de Lagrange del residuo 248

Ejercicio 9.5 250

- 9.6** Criterio de la N -ésima derivada para el extremo relativo de una función de una variable 250
Expansión de Taylor y extremo relativo 250
Algunos casos específicos 251
Criterio de la N -ésima derivada 253
Ejercicio 9.6 254

Capítulo 10

Funciones exponenciales y logarítmicas 255

- 10.1** Naturaleza de las funciones exponenciales 256
Función exponencial simple 256
Forma gráfica 256
Función exponencial generalizada 257
Una base preferida 259
Ejercicio 10.1 260
- 10.2** Funciones exponenciales naturales y el problema de crecimiento 260
El número e 260
Una interpretación económica de e 262
Interés compuesto y la función Ae^{rt} 262
Tasa de crecimiento instantánea 263
Crecimiento continuo en relación con crecimiento discreto 265
Descuento y crecimiento negativo 266
Ejercicio 10.2 267
- 10.3** Logaritmos 267
Significado de logaritmo 267
Logaritmo común y logaritmo natural 268
Reglas de los logaritmos 269
Una aplicación 271
Ejercicio 10.3 272
- 10.4** Funciones logarítmicas 272
Funciones logarítmica y exponencial 272
Forma gráfica 273
Conversión de base 274
Ejercicio 10.4 276
- 10.5** Derivadas de funciones exponenciales y logarítmicas 277
Regla de la función log 277
Regla de la función exponencial 278
Reglas generalizadas 278
Caso de base b 280
Derivadas superiores 280
Aplicación 281
Ejercicio 10.5 282

10.6 Fecha óptima 282

Problema de almacenaje de vino 282

Condiciones de maximización 283

Problema del corte de madera 285

Ejercicio 10.6 286

10.7 Más aplicaciones de derivadas exponenciales y logarítmicas 286

Determinación de la tasa de crecimiento 286

Tasa de crecimiento de una combinación de funciones 287

Determinación de la elasticidad puntual 288

Ejercicio 10.7 290

Capítulo 11

El caso de más de una variable de elección 291

11.1 Versión diferencial de condiciones de optimización 291

Condición de primer orden 291

Condición de segundo orden 292

Condiciones diferenciales contra condiciones de derivadas 293

11.2 Valores extremos de una función de dos variables 293

Condición de primer orden 294

Derivadas parciales de segundo orden 295

Diferencial total de segundo orden 297

Condición de segundo orden 298

Ejercicio 11.2 300

11.3 Formas cuadráticas, una incursión 301

Diferencial total de segundo orden como una forma cuadrática 301

Formas cuadráticas positivas definidas y negativas definidas 302

Prueba de los determinantes para la definición de signo 302

Formas cuadráticas de tres variables 305

Formas cuadráticas de n variables 307

Prueba de la raíz característica para definición de signo de una forma cuadrática 307

Ejercicio 11.3 312

11.4 Funciones objetivo con más de dos variables 313

Condición de primer orden para el extremo 313

Condición de segundo orden 313

Caso de n variables 316

Ejercicio 11.4 317

11.5 Condiciones de segundo orden en relación con la concavidad y la convexidad 318

Comprobación de concavidad o convexidad 320

Funciones diferenciables 324

Funciones convexas contra conjuntos convexos 327

Ejercicio 11.5 330

11.6 Aplicaciones económicas 331

Problema de una empresa multiproducto 331

Discriminación de precio 333

Decisiones de una empresa relacionadas con los insumos 336

Ejercicio 11.6 341

11.7 Aspectos estáticos comparativos de la optimización 342

Soluciones de forma reducida 342

Modelos de función general 343

Ejercicio 11.7 345

Capítulo 12

Optimización con restricciones de igualdad 347

12.1 Efectos de una restricción 347

12.2 Cómo encontrar los valores estacionarios 349

El método de los multiplicadores de Lagrange 350

El enfoque de la diferencial total 352

Una interpretación de los multiplicadores de Lagrange 353

Casos de n variables y de restricciones múltiples 354

Ejercicio 12.2 355

12.3 Condiciones de segundo orden 356

Diferencial total de segundo orden 356

Condiciones de segundo orden 357

El hessiano orlado 358

El caso de n variables 361

El caso de las restricciones múltiples 362

Ejercicio 12.3 363

12.4 Cuasiconcavidad y cuasiconvexidad 364

Caracterización geométrica 364

Definición algebraica 365

Funciones diferenciables 368

Una mirada adicional al hessiano orlado 371

Extremos absolutos contra extremos relativos 372

Ejercicio 12.4 374

- 12.5** Maximización de utilidad y demanda del consumidor 374
Condición de primer orden 375
Condición de segundo orden 376
Análisis estático comparativo 378
Cambios proporcionales de los precios y del ingreso 381
Ejercicio 12.5 382
- 12.6** Funciones homogéneas 383
Homogeneidad lineal 383
Función de producción de Cobb-Douglas 386
Extensiones de los resultados 388
Ejercicio 12.6 389
- 12.7** Combinación de insumos de costo mínimo 390
Condición de primer orden 390
Condición de segundo orden 392
La trayectoria de expansión 392
Funciones homotéticas 394
Elasticidad de la sustitución 396
La función de producción de CES 397
La función de Cobb-Douglas como un caso especial de la función CES 399
Ejercicio 12.7 401

Capítulo 13

Temas adicionales de optimización 402

- 13.1** La programación no lineal y las condiciones de Kuhn-Tucker 402
Paso 1: Efecto de las restricciones de no negatividad 403
Paso 2: Efecto de las restricciones de desigualdad 404
Interpretación de las condiciones de Kuhn-Tucker 408
El caso de n variables, m restricciones 409
Ejercicio 13.1 411
- 13.2** Calificación de la restricción 412
Irregularidades en los puntos de frontera 412
Calificación de una restricción 415
Restricciones lineales 416
Ejercicio 13.2 418
- 13.3** Aplicaciones económicas 418
Racionamiento en tiempo de guerra 418
Fijación de precios a mercados no planeados originalmente 420
Ejercicio 13.3 423

- 13.4** Los teoremas de suficiencia en la programación no lineal 424
El teorema de suficiencia de Kuhn-Tucker: la programación cóncava 424
El teorema de suficiencia de Arrow-Enthoven: la programación cuasicóncava 425
Una prueba de calificación de restricción 426
Ejercicio 13.4 427
- 13.5** Funciones de valor máximo y el teorema de la envolvente 428
El teorema de la envolvente para la optimización sin restricciones 428
La función de ganancia 429
La condición de reciprocidad 430
El teorema de la envolvente para la optimización restringida 432
Interpretación del multiplicador de Lagrange 434
- 13.6** La dualidad y el teorema de la envolvente 435
El problema primal 435
El problema dual 436
Dualidad 436
La identidad de Roy 437
El lema de Shephard 438
Ejercicio 13.6 441

13.7 Algunas observaciones finales 442

PARTE CINCO

ANÁLISIS DINÁMICO 443

Capítulo 14

La dinámica económica y el cálculo integral 444

- 14.1** La dinámica y la integración 444
- 14.2** Integrales indefinidas 446
La naturaleza de las integrales 446
Reglas básicas de la integración 447
Reglas de operación 448
Reglas que incluyen la sustitución 451
Ejercicio 14.2 453
- 14.3** Integrales definidas 454
Significado de las integrales definidas 454
La integral definida como el área bajo la curva 455
Algunas propiedades de las integrales definidas 458

Otra visión de la integral indefinida 460

Ejercicio 14.3 460

14.4 Integrales impropias 461

Límites infinitos de integración 461

Integrando infinito 463

Ejercicio 14.4 464

14.5 Algunas aplicaciones de las integrales a la economía 464

Desde una función marginal a una función total 464

La inversión y la formación de capital 465

El valor presente de un flujo de efectivo 468

El valor presente de un flujo perpetuo 470

Ejercicio 14.5 470

14.6 El modelo de crecimiento de Domar 471

Marco de análisis 471

Encontrando la solución 472

El filo de la navaja 473

Ejercicio 14.6 474

Capítulo 15

Tiempo continuo: ecuaciones diferenciales de primer orden 475

15.1 Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden con coeficientes constantes y términos constantes 475

El caso homogéneo 476

El caso no homogéneo 476

Verificación de la solución 478

Ejercicio 15.1 479

15.2 La dinámica del precio de mercado 479

El marco de referencia 480

La trayectoria de tiempo 480

La estabilidad dinámica del equilibrio 481

Un uso alterno del modelo 482

Ejercicio 15.2 483

15.3 Coeficiente variable y término variable 483

El caso homogéneo 484

El caso no homogéneo 485

Ejercicio 15.3 486

15.4 Ecuaciones diferenciales exactas 486

Ecuaciones diferenciales exactas 486

Método de solución 487

El factor de integración 489

Solución de las ecuaciones diferenciales lineales de primer orden 490

Ejercicio 15.4 491

15.5 Ecuaciones diferenciales no lineales de primer orden y primer grado 492

Ecuaciones diferenciales exactas 492

Variables separables 492

Ecuaciones reducibles a la forma lineal 493

Ejercicio 15.5 495

15.6 El enfoque cualitativo gráfico 495

El diagrama de fases 495

Tipos de trayectoria de tiempo 496

Ejercicio 15.6 498

15.7 El modelo de crecimiento de Solow 498

El marco de referencia 498

Análisis cualitativo-gráfico 500

Una ilustración cuantitativa 501

Ejercicio 15.7 502

Capítulo 16

Ecuaciones diferenciales de orden superior 503

16.1 Ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden con coeficientes constantes y término constante 504

La integral particular 504

La función complementaria 505

La estabilidad dinámica del equilibrio 510

Ejercicio 16.1 511

16.2 Números complejos y funciones circulares 511

Números imaginarios y complejos 511

Raíces complejas 512

Funciones circulares 513

Propiedades de las funciones seno y coseno 515

Las relaciones de Euler 517

Representaciones alternas de números complejos 519

Ejercicio 16.2 521

16.3 Análisis del caso de las raíces complejas 522

La función complementaria 522

Un ejemplo de solución 524

La trayectoria de tiempo 525

La estabilidad dinámica del equilibrio 527

Ejercicio 16.3 527

- 16.4** Un modelo de mercado con expectativas de precio 527
La tendencia de precios y las expectativas de precios 527
Un modelo simplificado 528
La trayectoria de tiempo de los precios 529
Ejercicio 16.4 532
- 16.5** La interacción de la inflación y el desempleo 532
La relación de Phillips 532
La relación de Phillips aumentada con expectativas 533
La retroalimentación de la inflación hacia el desempleo 534
La trayectoria de tiempo de π 534
Ejercicio 16.5 537
- 16.6** Ecuaciones diferenciales con un término variable 538
Método de los coeficientes indeterminados 538
Una modificación 539
Ejercicio 16.6 540
- 16.7** Ecuaciones diferenciales lineales de orden superior 540
Cómo encontrar la solución 540
La convergencia y el teorema de Routh 542
Ejercicio 16.7 543

Capítulo 17

Tiempo discreto: ecuaciones en diferencias de primer orden 544

- 17.1** Tiempo discreto, diferencias y ecuaciones en diferencias 544
- 17.2** Solución de una ecuación en diferencias de primer orden 546
Método iterativo 546
Método general 548
Ejercicio 17.2 551
- 17.3** La estabilidad dinámica del equilibrio 551
La importancia de b 551
La función de A 553
Convergencia al equilibrio 554
Ejercicio 17.3 554
- 17.4** El modelo de la telaraña 555
El modelo 555
Las telarañas 556
Ejercicio 17.4 558

- 17.5** Un modelo de mercado con inventario 559
El modelo 559
La trayectoria de tiempo 560
Resumen gráfico de los resultados 561
Ejercicio 17.5 562
- 17.6** Ecuaciones en diferencias no lineales. Método gráfico cualitativo 562
Diagrama de fase 562
Tipos de trayectoria de tiempo 564
Un mercado con precio máximo 565
Ejercicio 17.6 567

Capítulo 18

Ecuaciones en diferencias de orden superior 568

- 18.1** Ecuaciones en diferencias lineales de segundo orden con coeficientes constantes y término constante 569
La solución particular 569
La función complementaria 570
La convergencia de la trayectoria de tiempo 573
Ejercicio 18.1 575
- 18.2** Modelo de interacción de multiplicador con acelerador de Samuelson 576
El marco de referencia 576
La solución 577
Convergencia contra divergencia 578
Un resumen gráfico 580
Ejercicio 18.2 581
- 18.3** La inflación y el desempleo en tiempo discreto 581
El modelo 581
La ecuación en diferencias en p 582
La trayectoria de tiempo de p 583
El análisis de U 584
La relación de Phillips de largo plazo 585
Ejercicio 18.3 585
- 18.4** Generalizaciones a ecuaciones con términos variables y de orden superior 586
El término variable con forma de cm^t 586
El término variable con forma de ct^n 587
Ecuaciones en diferencias lineales de orden superior 588
La convergencia y el teorema de Schur 589
Ejercicio 18.4 591

Capítulo 19

Ecuaciones diferenciales y ecuaciones en diferencias simultáneas 592

- 19.1 Génesis de los sistemas dinámicos 592
 - Los patrones interactuantes del cambio* 592
 - Transformación de una ecuación dinámica de orden superior* 593
- 19.2 Solución de ecuaciones dinámicas simultáneas 594
 - Ecuaciones en diferencias simultáneas* 594
 - Notación matricial* 596
 - Ecuaciones diferenciales simultáneas* 599
 - Comentarios adicionales sobre la ecuación característica* 601
 - Ejercicio 19.2* 602
- 19.3 Modelos dinámicos de insumo-producto 603
 - El desfaseamiento de tiempo en la producción* 603
 - La demanda excedente y el ajuste de la producción* 605
 - La formación de capital* 607
 - Ejercicio 19.3* 608
- 19.4 Modelo de inflación-desempleo, una vez más 609
 - Ecuaciones diferenciales simultáneas* 610
 - Trayectorias de solución* 610
 - Ecuaciones en diferencias simultáneas* 612
 - Trayectorias de solución* 613
 - Ejercicio 19.4* 614
- 19.5 Diagramas de fase de dos variables 614
 - Espacio de fase* 615
 - Curvas de demarcación* 615
 - Líneas de corriente* 617
 - Tipos de equilibrio* 618
 - La inflación y la regla monetaria según Obst* 620
 - Ejercicio 19.5* 623
- 19.6 Linealización de un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales 623
 - Expansión de Taylor y linealización* 624

Linealización reducida 625
Análisis local de estabilidad 625
Ejercicio 19.6 629

Capítulo 20

Teoría de control óptimo 631

- 20.1 Naturaleza del control óptimo 631
 - Ejemplo: un modelo macroeconómico simple* 632
 - El principio del máximo de Pontryagin* 633
- 20.2 Condiciones terminales alternativas 639
 - Punto terminal fijo* 639
 - Línea terminal horizontal* 639
 - Línea terminal vertical truncada* 639
 - Línea terminal horizontal truncada* 640
 - Ejercicio 20.2* 643
- 20.3 Problemas autónomos 644
- 20.4 Aplicaciones económicas 645
 - Maximización de utilidad a lo largo de todo el tiempo de vida* 645
 - Recurso no renovable* 647
 - Ejercicio 20.4* 649
- 20.5 Horizonte de tiempo infinito 649
 - Modelo neoclásico de crecimiento óptimo* 649
 - El hamiltoniano a valor presente* 651
 - Construcción de un diagrama de fase* 652
 - Análisis del diagrama de fase* 653
- 20.6 Limitaciones del análisis dinámico 654

El alfabeto griego 655

Símbolos matemáticos 656

Breve lista de lecturas 659

Respuestas a ejercicios seleccionados 662

Índice 677