

# álgebra I

**Armando O. Rojo**

*Profesor titular en el Instituto Nacional  
Superior del Profesorado y en el Colegio  
Nacional de Buenos Aires. Profesor adjunto  
en la Facultad de Ciencias Económicas de  
Buenos Aires.*



LIBRERÍA 'EL ATENEO' EDITORIAL

BUCENOS AIRES - LIMA - RIO DE JANEIRO - CARACAS - MONTEVIDEO - MEXICO - BARCELONA - BOGOTA

## CONTENIDO

<b>Capítulo 1. NOCIONES DE LOGICA</b>	<b>1</b>
1. 2. Proposiciones	1
1. 3. Notaciones y conectivos	2
1. 4. Operaciones proposicionales	2
1. 5. Condiciones necesarias y suficientes	7
1. 6. Leyes lógicas	8
1. 7. Implicaciones asociadas	11
1. 8. Negación de una implicación	12
1. 9. Razonamiento deductivo válido	13
1.10. Funciones proposicionales	14
1.11. Circuitos lógicos	18
Trabajo Práctico I	22
<b>Capítulo 2. CONJUNTOS</b>	<b>25</b>
2. 2. Determinación de conjuntos	25
2. 3. Inclusión	30
2. 4. Conjunto de partes	34
2. 5. Complementación	36
2. 6. Intersección	38
2. 7. Unión	42
2. 8. Leyes distributivas	45
2. 9. Leyes de De Morgan	46
2.10. Diferencia	48
2.11. Diferencia simétrica	50
2.12. Producto cartesiano	53
2.13. Operaciones generalizadas	56
2.14. Uniones disjuntas	58
Trabajo Práctico II	60
<b>Capítulo 3. RELACIONES</b>	<b>64</b>
3. 2. Relaciones binarias	64
3. 3. Representación de relaciones	65

3. 4. Dominio, imagen, relación inversa	
3. 5. Composición de relaciones	68
3. 6. Relaciones en un conjunto	69
3. 7. Propiedades de las relaciones	71
◆3. 8. Relaciones de equivalencia	77
◆3. 9. Relaciones de orden	90
Trabajo Práctico III	98
<b>Capítulo 4. FUNCIONES</b>	<b>102</b>
4. 2. Relaciones funcionales	102
4. 3. Representación de funciones	105
4. 4. Clasificación de funciones	110
4. 5. Funciones especiales	114
4. 6. Composición de funciones	117
4. 7. Funciones inversas	121
4. 8. Imágenes de subconjuntos del dominio	128
4. 9. Preimágenes de partes del codominio	131
4.10. Restricción y extensión de una función	137
Trabajo Práctico IV	138
<b>Capítulo 5. LEYES DE COMPOSICION</b>	<b>142</b>
5. 2. Leyes de composición interna	142
5. 3. Propiedades y elementos distinguidos	144
5. 4. Homomorfismos	144
5. 5. Compatibilidad de una relación de equivalencia con una ley interna	154
5. 6. Ley de composición externa	158
Trabajo Práctico V	160
<b>Capítulo 6. COORDINABILIDAD. INDUCCION COMPLETA. COMBINATORIA</b>	<b>162</b>
6. 2. Conjuntos coordinables o equipotentes	162
6. 3. Conjuntos finitos y numerables	164
6. 4. Inducción completa	166
6. 5. El símbolo de sumatoria	171
6. 6. La función factorial	171
6. 7. Números combinatorios	175
6. 8. Potencia de un binomio	175
6. 9. Funciones entre intervalos naturales	186
6.10. Combinatoria simple y con repetición	197
Trabajo Práctico VI	204

<b>Capítulo 7. SISTEMAS AXIOMATICOS</b>	208
7. 2. Sistemas axiomáticos	208
7. 3. Algebra de Boole	210
7. 4. Sistema axiomático de Peano	212
7. 5. Estructura de monoide	219
7. 6. Estructura de semigrupo	220
Trabajo Práctico VII	223
<b>Capítulo 8. ESTRUCTURA DE GRUPO</b>	225
8. 2. El concepto de grupo	225
8. 3. Propiedades de los grupos	228
8. 4. Subgrupos	231
8. 5. Operaciones con subgrupos	235
8. 6. Homomorfismos de grupos	237
8. 7. Núcleo e imagen de un morfismo de grupos	240
8. 8. Relación de equivalencia compatible	247
8. 9. Subgrupos distinguidos	248
8.10. Subgrupos normales o invariantes	252
8.11. Grupo cociente asociado a un subgrupo	254
8.12. Grupos cíclicos	257
8.13. Traslaciones de un grupo	258
8.14. Grupos finitos	259
Trabajo Práctico VIII	261
<b>Capítulo 9. ESTRUCTURAS DE ANILLO Y DE CUERPO. ENTEROS Y RACIONALES</b>	264
9. 2. Estructura de anillo	264
9. 3. Propiedades de los anillos	266
9. 4. Anillo sin divisores de cero	267
9. 5. Dominio de integridad	272
9. 6. Subanillos e ideales	272
9. 7. Factorización en un anillo	274
9. 8. Anillo ordenado	276
9. 9. Estructura de cuerpo	278
9.10. Dominio de integridad de los enteros	280
9.11. Isomorfismo de los enteros positivos con $\mathbb{N}$	284
9.12. Propiedades del valor absoluto	285
9.13. Algoritmo de la división entera	287
9.14. Algoritmo de Euclides	288
9.15. Números primos	290
9.16. El cuerpo de los racionales	293

9.17. Isomorfismo de una parte de $\mathbf{Q}$ en $\mathbf{Z}$	298
9.18. Relación de orden en $\mathbf{Q}$	301
9.19. Numerabilidad de $\mathbf{Q}$	301
Trabajo Práctico IX	303
<b>Capítulo 10. NUMEROS REALES</b>	<b>308</b>
10. 2. El número real	308
10. 3. Operaciones en $\mathbf{R}$	315
10. 4. Isomorfismo de una parte de $\mathbf{R}$ en $\mathbf{Q}$	321
10. 5. Cuerpo ordenado y completo de los reales	321
10. 6. Cortaduras en $\mathbf{Q}$	321
10. 7. Completitud de $\mathbf{R}$	326
10. 8. Potenciación en $\mathbf{R}$	329
10. 9. Logaritmicación en $\mathbf{R}^+$	333
10.10. Potencia del conjunto $\mathbf{R}$	335
Trabajo Práctico X	338
<b>Capítulo 11. EL CUERPO DE LOS NUMEROS COMPLEJOS</b>	<b>341</b>
11. 2. El número complejo	341
11. 3. Isomorfismo de los complejos reales en los reales	347
11. 4. Forma binómica de un complejo	347
11. 5. La conjugación en $\mathbf{C}$	349
11. 6. Módulo de un complejo	351
11. 7. Raíz cuadrada en $\mathbf{C}$	354
11. 8. Forma polar o trigonométrica	356
11. 9. Operaciones en forma polar	358
11.10. Radicación en $\mathbf{C}$	362
11.11. Forma exponencial en $\mathbf{C}$	366
11.12. Logaritmicación en $\mathbf{C}$	367
11.13. Exponencial compleja general	369
11.14. Raíces primitivas de la unidad	371
Trabajo Práctico XI	371
<b>Capítulo 12. POLINOMIOS</b>	<b>378</b>
12. 2. Anillo de polinomios formales de un anillo	378
12. 3. Anillo de polinomios de un cuerpo	383
12. 4. Divisibilidad en el dominio $\mathbf{K}[X]$	384
12. 5. Ideales de $\mathbf{K}[X]$	388
12. 6. Factorización en $\mathbf{K}[X]$	389
12. 7. Especialización de $X$ y raíces de polinomios	396

## CONTENIDO

XIII

12. 8. Raíces múltiples	399
12. 9. Polinomio derivado y raíces múltiples	400
12.10. Número de raíces de polinomios	401
12.11. Raíces de polinomios reales	403
12.12. Relaciones entre raíces y coeficientes	407
12.13. Fórmula de Taylor y Método de Horner	409
Trabajo Práctico XII	414
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	417
<b>RESPUESTAS A LOS TRABAJOS PRACTICOS</b>	419
<b>INDICE</b>	473